

(6 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 30009 E    Sub. Code : GMMA 61/  
GMMC 61**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics/Mathematics with C.A. – Main

COMPLEX ANALYSIS

(For those who joined in July 2012 – 2015)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL the questions.

Choose the correct answer :

1.  $(1 - i)^4 =$

(a)  $4i$

(b)  $-4i$

(c)  $4$

(d)  $-4$

2. Which of the following is a region?
- (a)  $\{Z : |Z - 2 + i| \leq 1\}$  (b)  $\{Z : |\operatorname{Im} Z| > 1\}$   
(c)  $\{Z : \operatorname{Re} Z > 1\}$  (d)  $\{Z : |\operatorname{Im} Z| \geq 1\}$
3.  $\lim_{z \rightarrow 2} \frac{z^2 - 4}{z - 2} =$
- (a) 0 (b) 1  
(c) 4 (d)  $\infty$
4. If  $f(z)$  and  $\overline{f(z)}$  are analytic, then  $f(z) =$
- (a) 0 (b) constant  
(c)  $f(\bar{z})$  (d)  $\overline{f(z)}$
5.  $(i, 0, -1, \infty) =$
- (a)  $i + 1$  (b)  $i - 1$   
(c)  $1 - i$  (d)  $i$
6. The invariant points of the transformation  $W = \frac{1+z}{1-z}$  are
- (a) 0, 1 (b) 1, -1  
(c)  $i, -i$  (d) 0,  $i$

7. If  $C$  is the circle  $|z|=2$ , then  $\int_C \frac{\sin z}{\left(z - \frac{\pi}{2}\right)^2} dz =$

- (a)  $2\pi i$                       (b)  $4\pi$   
(c)  $4\pi i$                       (d)  $0$

8.  $1 + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \dots =$

- (a)  $\sin z$                       (b)  $\cos z$   
(c)  $e^z$                         (d)  $e^{-z}$

9. If  $f(z) = \frac{e^z}{z^2}$ , then  $\text{Res}\{f(z); 0\} =$

- (a)  $0$                           (b)  $-1$   
(c)  $1$                           (d)  $\infty$

10. The singular points of the function

$$f(z) = \frac{z-1}{z^2-5z+6} \text{ are}$$

- (a)  $1, 0$                       (b)  $2, 3$   
(c)  $-2, -3$                   (d)  $-5, 6$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove :  $|z_1 - z_2| \geq \left| |z_1| - |z_2| \right|$ .

Or

(b) Prove :  $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2$ .

12. (a) Verify that whether the function  $f(z) = \bar{z}$  is differentiable.

Or

(b) If  $u(x, y) = x^4 - 6x^2y^2 + y^4$ , find the analytic function  $f(z) = u(x, y) + iu(x, y)$ .

13. (a) Show that the transformation  $W = \frac{5-4z}{4z-2}$  maps the unit circle  $|z|=1$  into a circle of radius unity and centre  $\frac{-1}{2}$ .

Or

(b) Find the bilinear transformation which maps the points  $-1, 1, \infty$  respectively onto  $-i, -1, i$ .

14. (a) Prove :  $\int_C \bar{z}^{-2} dz = 0$  if  $C$  is the unit circle  $|z|=1$ .

Or

(b) Evaluate  $\int_C \frac{zdz}{z^2-1}$  where  $C$  is the positively oriented circle  $|z|=2$ .

15. (a) Expand  $\frac{-1}{(z-1)(z-2)}$  as a power series in  $z$  in the region  $1 < |z| < 2$ .

Or

(b) Evaluate :  $\int_C \frac{3z^2+z-1}{(z^2-1)(z-3)} dz$  where  $C$  is the circle  $|z|=2$ .

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Prove that  $z_1$  and  $z_2$  are inverse points with respect to a circle  $\bar{z}\bar{z} + \bar{\alpha}z + \alpha\bar{z} + \beta = 0$  if and only if  $z_1\bar{z}_2 + \bar{\alpha}z_1 + \alpha\bar{z}_2 + \beta = 0$ .

Or

(b) Find the point  $Q = (x_1, x_2, x_3)$  on the sphere  $S$  that represents the complex number  $z = x + iy$ .

17. (a) Derive the Cauchy-Riemann equations in polar coordinates.

Or

- (b) Find the analytic function  $f(z) = u + iv$  if

$$u + v = \frac{\sin 2x}{\cosh 2y - \cos 2x}.$$

18. (a) Find the image of the circle  $|z - 3i| = 3$  under the map  $W = \frac{1}{z}$ .

Or

- (b) Prove that a bilinear transformation

$$W = \frac{az + b}{cz + d} \text{ where } ad - bc \neq 0 \text{ maps the real axis into itself if and only if } a, b, c, d \text{ are real.}$$

19. (a) State and prove Cauchy's theorem.

Or

- (b) Expand  $ze^{2z}$  in a Taylor's series about  $z = -1$  and determine the region of convergence.

20. (a) State and prove Laurent's theorem.

Or

- (b) Evaluate :  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{13 + 5 \sin \theta}$ .

Reg. No. : .....

Code No. : 30010 B Sub. Code : GMMA 62/  
GMMC 62

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics/Mathematics with CA – Core

LINEAR PROGRAMMING

(For those who joined in July 2012-2015)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL the questions.

Choose the correct answer :

1. சிம்ப்ளக்ஸ் அட்டவணையில் கிடைக்கும் தலைமை உறுப்பு —  
\_\_\_\_\_

(அ) சுழலியக்க உறுப்பு

(ஆ) மீச்சிறும உறுப்பு

(இ) வரம்புள்ள உறுப்பு

(ஈ) வரம்பில்லா உறுப்பு

The leading element obtained in simple table is also called \_\_\_\_\_ element.

- (a) pivotal
- (b) minimum
- (c) bounded
- (d) unbounded

2. ஒரு நேரியல் திட்டக் கணக்கின் தீர்வுகளின் கணம் \_\_\_\_\_.

- (அ) மூடிய கணம்
- (ஆ) திறந்த கணம்
- (இ) குவிகணம்
- (ஈ) ஏதுமில்லை

The set of all feasible solution to a LPP is a \_\_\_\_\_.

- (a) closed set
- (b) open set
- (c) convex set
- (d) none

3. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது செயற்கை மாறி நுட்பம் ஆகும்?

- (அ) வரைபட முறை
- (ஆ) சிம்பிளக்ஸ் முறை
- (இ) வோகல் முறை
- (ஈ) பெரிய M முறை

Which one of the following is an artificial technique?

- (a) Graphical method
- (b) Simplex method
- (c) Vogel's method
- (d) Big method

4. முதன்மை இருமை ஜோடியை அமைக்கும் போது இரும கட்டுப்பாடுகளின் எண்ணிக்கை \_\_\_\_\_க்கு சமமாக இருக்கும்.

- (அ) முதன்மை கட்டுப்பாடுகளின் எண்ணிக்கை
- (ஆ) இரும மாறிகளின் எண்ணிக்கை
- (இ) முதன்மை மாறிகளின் எண்ணிக்கை
- (ஈ) இவை ஏதுமில்லை

In the formulation of primal dual pair, the number of dual constraints is always equal to \_\_\_\_\_.

- (a) number of primal constraints
- (b) number of dual variables
- (c) number of primal variables
- (d) none of these

5. மீச்சிறு செலவு முறையின் மறுபெயர் \_\_\_\_\_.

- (அ) அணி-சிறு மதிப்பு முறை
- (ஆ) பத்தி-சிறு மதிப்பு முறை
- (இ) நிரல்-சிறு மதிப்பு முறை
- (ஈ) வடமேற்கு மூலை முறை

The other name for the least cost method is \_\_\_\_\_.

- (a) matrix-minima method
- (b) column- minima method
- (c) row- minima method
- (d) north west corner rule

6. ஒரு போக்குவரத்துக் கணக்கில் \_\_\_\_\_ சார்பற்ற சமன்பாடுகள் உள்ளன.

- (அ)  $mn - 1$                       (ஆ)  $m + n - 1$
- (இ)  $m + n$                       (ஈ)  $mn$

The number of linearly independent equations in a transportation problem is \_\_\_\_\_

- (a)  $mn - 1$                       (b)  $m + n - 1$
- (c)  $m + n$                       (d)  $mn$

7. ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கை தீர்வு காணும் முறை \_\_\_\_\_.

- (அ) சாரன்ஸ்                      (ஆ) டான்சிக்
- (இ) கோனிக்                      (ஈ) வோகல்

The method of solving an assignment problem is \_\_\_\_\_ method.

- (a) Charnes                      (b) Dantzig
- (c) Konig                      (d) Vogel

8. ஒரு ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கின் உத்தம அட்டவணை  
\_\_\_\_\_ல் நிறுத்தப்படும்.

(அ)  $p > n$  (ஆ)  $n > p$

(இ)  $p \neq n$  (ஈ)  $p = n$

An optimum assignment table stop when  
\_\_\_\_\_.

(a)  $p > n$  (b)  $n > p$

(c)  $p \neq n$  (d)  $p = n$

9. ஒரு இயந்திரம் வேலை செய்யாமல் இருக்கும் நேரத்திற்கு  
\_\_\_\_\_ நேரம் என்று பெயர்.

(அ) முழு நேரம் (ஆ) செயல்படும் நேரம்

(இ) ஐடில் நேரம் (ஈ) ஏதுமில்லை

The time for which the machine has no job to  
process is \_\_\_\_\_ on machine.

(a) total time (b) processing time

(c) idle time (d) none

10. \_\_\_\_\_ நேரத்தை ஒரு வேலை முழுவதையும் முடிக்க  
பயன்படுத்தும் நேரம் எனப்படுகிறது.

(அ) செயல்படும் (ஆ) முடிவடையும்

(இ) ஐடில் (ஈ) மொத்த

\_\_\_\_\_ time is a time for a job to flow  
through the system.

(a) processing (b) completion

(c) idle (d) total

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) பின்வரும் ஒருபடி திட்டக் கணக்கின் திட்ட வடிவம் எழுதுக.

$$\text{மீச்சிறிதாக்கு } z = 2x_1 + 5x_2 + x_3$$

கட்டுப்பாடுகள்

$$x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 20$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 10$$

$$x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Write the following LPP in standard form

$$\text{Minimize } z = 2x_1 + 5x_2 + x_3$$

Subject to

$$x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 20$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 10$$

$$x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Or

(ஆ) வரைபட முறையை பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்ட கணக்கை தீர்க்க :

$$\text{மீப்பெரிதாக்கு } z = 20x_1 + 30x_2$$

கட்டுப்பாடுகள்

$$3x_1 + 3x_2 \leq 36$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 50$$

$$2x_1 + 6x_2 \leq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Solve the following LPP graphically

$$\text{Maximize } z = 20x_1 + 30x_2$$

Subject to

$$3x_1 + 3x_2 \leq 36$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 50$$

$$2x_1 + 6x_2 \leq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

12. (அ) இரு பகுதி சிம்பளக்ஸ் முறையை விவரி.

Explain the two phase simplex method.

Or

(ஆ) கீழ்காணும் நேரிய கணக்கை இரட்டைத் தன்மை கணக்காக எழுது.

$$\text{மீப்பொரிதாக்கு } z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

கட்டுப்பாடுகள்

$$4x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 9$$

$$6x_1 - x_2 + 5x_3 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Write the dual of the following LPP

$$\text{Maximize } z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

Subject to

$$4x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 9$$

$$6x_1 - x_2 + 5x_3 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

13. (அ) கீழ்க்கண்ட போக்குவரத்துக் கணக்கிற்கான அடிப்படை சாத்திய தீர்வினை மீச்சிறு செலவு முறைப்படி காண்க.

	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$a_i$
$F_1$	8	10	12	900
$F_2$	12	13	12	1000
$F_3$	14	10	11	1200
$b_j$	1200	1000	900	3100

அளிப்பு

தேவை

Find the initial basic feasible solution by least cost method to the following transportation problem.

	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$a_i$
$F_1$	8	10	12	900
$F_2$	12	13	12	1000
$F_3$	14	10	11	1200
$b_j$	1200	1000	900	3100

Supply

Demand

Or

(ஆ) கீழ்க்கண்ட போக்குவரத்துக் கணக்கிற்கான அடிப்படை சாத்திய தீர்வினை வடமேற்கு முலை முறைப்படி காண்க.

Find the initial basic feasible solution by North West corner method to the following transportation problem.

	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$a_i$
$F_1$	2	7	4	5
$F_2$	3	3	1	8
$F_3$	5	4	7	7
$F_4$	1	6	2	14
$b_j$	2	9	18	34/29

14. (அ) ஒரு மதிப்பு அணியில் எந்த ஒரு நிரைகளில் அல்லது நிரல்களில் ஒரு மாறிலியை கூட்டவோ அல்லது கழிக்கவோ, செய்தாலும் ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கு முறையில் உத்தம தீர்வானது மாறாததாக இருக்கும் என்பதை நிறுவுக.

Prove that the optimal solution to the assignment problems remains the same if a constant is added or subtracted to any row or column of cost matrix.

Or

- (ஆ) ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கை தீர்ப்பதற்கான செயல் வழிமுறைகளை எழுதுக.

Write the algorithm for solving assignment problem.

15. (அ) உச்ச தொடர் கணக்கையும், 5 வேலைகளின் மீச்சிறு மொத்த கடந்த நேரத்தையும், இரண்டு இயந்திரங்களின் ஓய்வு நேரத்தையும் கண்டுபிடி.

வேலை :     1   2   3   4   5

எந்திரம் M<sub>1</sub> 3   8   5   7   4

எந்திரம் M<sub>2</sub> 4   10   6   5   8

Determine the optimum sequence for the 5 jobs and minimum total elapsed time and idle time of two machines.

Job :            1   2   3   4   5

Machine M<sub>1</sub> 3   8   5   7   4

Machine M<sub>2</sub> 4   10   6   5   8

Or

(ஆ)  $n$  வேலைகளை  $m$  எந்திரங்களுடன் செய்து முடிக்கப்படும் முறையினை விவரி.

Describe the method of processing  $n$  jobs through  $m$  machines.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) கீழ்காணும் நேரியல் திட்டக் கணக்கை சிம்பளக்ஸ் முறைப்படி தீர்க்க

$$\text{மீப்பெரிதாக்கு } z = 25x_1 + 20x_2$$

கட்டுப்பாடுகள்

$$16x_1 + 12x_2 \leq 100$$

$$8x_1 + 16x_2 \leq 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Using simplex method to solve the following

LPP

$$\text{Maximize } z = 25x_1 + 20x_2$$

Subject to

$$16x_1 + 12x_2 \leq 100$$

$$8x_1 + 16x_2 \leq 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Or

(ஆ) கீழ்க்காணும் நேரியல் திட்டக் கணக்கை சிம்பளக்ஸ்

முறைப்படி தீர்க்க.

$$\text{மீச்சிறிதாக்கு } z = x_1 - 3x_2 + 2x_3$$

கட்டுப்பாடுகள்

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7$$

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 12$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Use simplex method to solve the following

LPP.

$$\text{Minimize } z = x_1 - 3x_2 + 2x_3$$

Subject to

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7$$

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 12$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

17. (அ) கீழ்காணும் நேரியல் திட்ட கணக்கை

பெரிய M முறைப்படி தீர்க்க.

$$\text{மீப்பெரிதாக்கு } z = 4x_1 + x_2$$

கட்டுப்பாடுகள்

$$3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Use Big M method to solve the following LPP

$$\text{Maximize } z = 4x_1 + x_2$$

Subject to

$$3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Or

(ஆ) கீழ்க்கண்ட முதன்மை நேரியல் செயல் திட்டக் கணக்கினை அதனில் இருமை நேரியல் செயல் திட்டக் கணக்கினைக் கண்டுபிடித்து தீர்க்கவும்.

$$\text{மீச்சிறிதாக்கு } z = 2x_1 + 3x_2$$

கட்டுப்பாடுகள்

$$x_1 + x_2 \geq 5$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Solve by simplex method using dual of the following LPP:

$$\text{Minimize } z = 2x_1 + 3x_2$$

Subject to

$$x_1 + x_2 \geq 5$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

18. (அ) கீழ்க்கண்ட போக்குவரத்து கணக்கினை தீர்க்க

	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	a <sub>i</sub>
S <sub>1</sub>	3	1	7	4	300
S <sub>2</sub>	2	6	5	9	400
S <sub>3</sub>	8	3	3	2	500
b <sub>j</sub>	250	350	400	200	1200

Solve the following transportation problem.

	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	a <sub>i</sub>
S <sub>1</sub>	3	1	7	4	300
S <sub>2</sub>	2	6	5	9	400
S <sub>3</sub>	8	3	3	2	500
b <sub>j</sub>	250	350	400	200	1200

Or

(ஆ) கீழ்க்கண்ட போக்குவரத்துக் கணக்கை தீர்க்க.

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>	a <sub>i</sub>
W <sub>1</sub>	10	15	12	12	200
W <sub>2</sub>	8	10	11	9	150
W <sub>3</sub>	11	12	13	10	120
b <sub>j</sub>	140	120	80	220	560/470

Solve the following transportation problem.

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>	a <sub>i</sub>
W <sub>1</sub>	10	15	12	12	200
W <sub>2</sub>	8	10	11	9	150
W <sub>3</sub>	11	12	13	10	120
b <sub>j</sub>	140	120	80	220	560/470

19. (அ) கீழ்க்கண்ட ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கை தீர்க்க.

	A	B	C	D
X	18	24	28	32
Y	8	13	17	19
Z	10	15	19	22

Solve the following assignment problem.

	A	B	C	D
X	18	24	28	32
Y	8	13	17	19
Z	10	15	19	22

Or

(ஆ) பின்வரும் ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கின் அதிகப்படியான இலாபத்தை கணக்கிடுக.

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>
J <sub>1</sub>	62	71	87	48
J <sub>2</sub>	78	84	92	64
J <sub>3</sub>	50	61	111	87
J <sub>4</sub>	101	73	71	77
J <sub>5</sub>	82	59	81	80

Solve the following assignment problem, find the maximum profit.

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>
J <sub>1</sub>	62	71	87	48
J <sub>2</sub>	78	84	92	64
J <sub>3</sub>	50	61	111	87
J <sub>4</sub>	101	73	71	77
J <sub>5</sub>	82	59	81	80

20. (அ) கீழ்க்காணும் போக்குவரத்து கணக்கினைத் தீர்க்க.

எந்திரங்கள்		M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>
வேலைகள்	J <sub>1</sub>	15	5	5	15
	J <sub>2</sub>	12	2	10	12
	J <sub>3</sub>	16	2	4	16
	J <sub>4</sub>	18	3	4	18

Solve the following transportation problem.

Machines		M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>
Jobs	J <sub>1</sub>	15	5	5	15
	J <sub>2</sub>	12	2	10	12
	J <sub>3</sub>	16	2	4	16
	J <sub>4</sub>	18	3	4	18

Or

(ஆ) கீழ்காணும் போக்குவரத்து கணக்கினைத் தீர்க்க.

வேலை 1	வரிசை நேரம்	A	B	C	D
		4	6	7	3
வேலை 2	வரிசை நேரம்	D	B	A	C
		8	7	4	5

Solve the following transportation problem.

Job 1	Time sequence	A	B	C	D
		4	6	7	3
Job 2	Time sequence	D	B	A	C
		8	7	4	5

Reg. No. : .....

Code No. : 30010 E    Sub. Code : GMMA 62/  
GMMC 62

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics/Mathematics with CA – Core

LINEAR PROGRAMMING

(For those who joined in July 2012-2015)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL the questions.

Choose the correct answer :

1. The leading element obtained in simple table is also called \_\_\_\_\_ element
  - (a) pivotal
  - (b) minimum
  - (c) bounded
  - (d) unbounded

2. The set of all feasible solution to a LPP is a \_\_\_\_\_
- (a) closed set                      (b) open set  
(c) convex set                      (d) none
3. Which one of the following is an artificial technique?
- (a) Graphical method  
(b) Simplex method  
(c) Vogel's method  
(d) Big method
4. In the formulation of primal dual pair, the number of dual constraints is always equal to \_\_\_\_\_
- (a) number of primal constraints  
(b) number of dual variables  
(c) number of primal variables  
(d) none of these
5. The other name for the least cost method is \_\_\_\_\_
- (a) matrix-minima method  
(b) column- minima method  
(c) row- minima method  
(d) north west corner rule

6. The number of linearly independent equations in a transportation problem is \_\_\_\_\_
- (a)  $mn - 1$                       (b)  $m + n - 1$   
(c)  $m + n$                       (d)  $mn$
7. The method of solving an assignment problem is \_\_\_\_\_ method
- (a) Charnes                      (b) Dantzig  
(c) Konig                      (d) Vogel
8. An optimum assignment table stop when \_\_\_\_\_
- (a)  $p > n$                       (b)  $n > p$   
(c)  $p \neq n$                       (d)  $p = n$
9. The time for which the machine has no job to process is \_\_\_\_\_ on machine
- (a) total time                      (b) processing time  
(c) idle time                      (d) none
10. \_\_\_\_\_ time is a time for a job to flow through the system
- (a) processing                      (b) completion  
(c) idle                      (d) total

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Write the following LPP in standard form

$$\text{Minimize } z = 2x_1 + 5x_2 + x_3$$

Subject to

$$x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 20$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 10$$

$$x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Or

- (b) Solve the following LPP graphically

$$\text{Minimize } z = 20x_1 + 30x_2$$

Subject to

$$3x_1 + 3x_2 \leq 36$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 50$$

$$2x_1 + 6x_2 \leq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

12. (a) Explain the two phase simplex method.

Or

(b) Write the dual of the following LPP

$$\text{Maximize } z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

Subject to

$$4x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 9$$

$$6x_1 - x_2 + 5x_3 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

13. (a) Find the initial basic feasible solution by least cost method to the following transportation problem.

	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$a_i$	
$F_1$	8	10	12	900	
$F_2$	12	13	12	1000	
$F_3$	14	10	11	1200	Supply
$b_j$	1200	1000	900	3100	

Demand

Or

- (b) Find the initial basic feasible solution by North West corner method to the following transportation problem.

	W <sub>1</sub>	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	a <sub>i</sub>
F <sub>1</sub>	2	7	4	5
F <sub>2</sub>	3	3	1	8
F <sub>3</sub>	5	4	7	7
F <sub>4</sub>	1	6	2	14
b <sub>j</sub>	2	9	18	34/29

14. (a) Prove that the optimal solution to the assignment problems remains the same if a constant is added or subtracted to any row or column of cost matrix.

Or

- (b) Write the algorithm for solving assignment problem.
15. (a) Determine the optimum sequence for the 5 jobs and minimum total elapsed time and idle time of two machines.

Job :	1	2	3	4	5
Machine M <sub>1</sub>	3	8	5	7	4
Machine M <sub>2</sub>	4	10	6	5	8

Or

- (b) Describe the method of processing  $n$  jobs through  $m$  machines.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Using simplex method to solve the following LPP

$$\text{Maximize } z = 25x_1 + 20x_2$$

Subject to

$$16x_1 + 12x_2 \leq 100$$

$$8x_1 + 16x_2 \leq 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Or

- (b) Use simplex method to solve the following LPP.

$$\text{Minimize } z = x_1 - 3x_2 + 2x_3$$

Subject to

$$3x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 7$$

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 12$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

17. (a) Use Big M method to solve the following LPP

$$\text{Maximize } z = 4x_1 + x_2$$

Subject to

$$3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Or

- (b) Solve by simplex method using dual of the following LPP:

$$\text{Minimize } z = 2x_1 + 3x_2$$

Subject to

$$x_1 + x_2 \geq 5$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

18. (a) Solve the following transportation problem.

	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	a <sub>i</sub>
S <sub>1</sub>	3	1	7	4	300
S <sub>2</sub>	2	6	5	9	100
S <sub>3</sub>	8	3	3	2	500
b <sub>j</sub>	250	350	400	200	1200

Or

(b) Solve the following transportation problem.

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>	a <sub>i</sub>
W <sub>1</sub>	10	15	12	12	200
W <sub>2</sub>	8	10	11	9	150
W <sub>3</sub>	11	12	13	10	120
b <sub>j</sub>	140	120	80	220	560/470

19. (a) Solve the following assignment problem.

	A	B	C	D
X	18	24	28	32
Y	8	13	17	19
Z	10	15	19	22

Or

(b) Solve the following assignment problem, find the maximum profit.

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>
J <sub>1</sub>	62	71	87	48
J <sub>2</sub>	78	84	92	64
J <sub>3</sub>	50	61	111	87
J <sub>4</sub>	101	73	71	77
J <sub>5</sub>	82	59	81	80

20. (a) Solve the following transportation problem.

Machines		M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>
Jobs	J <sub>1</sub>	15	5	5	15
	J <sub>2</sub>	12	2	10	12
	J <sub>3</sub>	16	2	4	16
	J <sub>4</sub>	18	3	4	18

Or

(b) Solve the following transportation problem.

Job 1	Time sequence	A	B	C	D
		4	6	7	3
Job 2	Time sequence	D	B	A	C
		8	7	4	5



2. If,  $P, Q$  are two forces then the least resultant is \_\_\_\_\_
- (a)  $P + Q$                       (b)  $P - Q$   
(c)  $P/Q$                           (d)  $Q/P$
3. If three coplanar forces acting on a rigid body keep it in equilibrium then they must be
- (a) 0  
(b) Perpendicular  
(c) Either concurrent or parallel  
(d) Parallel
4. If three forces acting at a point are in equilibrium then each force is proportional to the \_\_\_\_\_ of the angle between the other two
- (a) Cosine                      (b) Sine  
(c) Tan                          (d) Sec
5. The horizontal velocity of a projectile is \_\_\_\_\_
- (a)  $u \sin \alpha$                       (b)  $u \cos \alpha$   
(c)  $u \tan \alpha$                       (d)  $2u \sin \alpha$

6. The time of flight of a particle is

(a)  $\frac{2u \sin \alpha}{g}$                       (b)  $\frac{2u \cos \alpha}{g}$

(c)  $\frac{u \sin \alpha}{2g}$                       (d)  $\frac{\sin \alpha}{2g}$

7. The period of a simple harmonic motion is \_\_\_\_\_

(a)  $\sqrt{\frac{2\pi}{\mu}}$                       (b)  $\frac{\pi\sqrt{2}}{\mu}$

(c)  $\frac{\sqrt{2\pi}}{\mu}$                       (d)  $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$

8. In a simple harmonic motion the frequency of oscillation is \_\_\_\_\_

(a)  $\frac{\pi}{\sqrt{\mu}}$                       (b)  $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$

(c)  $\frac{\sqrt{\mu}}{2\pi}$                       (d)  $\frac{\sqrt{\pi}}{\mu}$

9. The  $(p - r)$  equation of a parabola is \_\_\_\_\_

(a)  $p^2 = ar$                       (b)  $p^2 = ar^3$

(c)  $p = ar$                       (d)  $p = ar^2$



(b) If  $h$  and  $h'$  are the greatest heights in the two paths of a projectile with a given velocity for a given range  $R$ , then prove that  $R = 4\sqrt{hh'}$ .

14. (a) A particle moving with simple Harmonic motion and while making one oscillation from one extreme position to the other, its distance from the centre of oscillation at 3 consecutive seconds are  $x_1, x_2, x_3$ . Prove that the period of

oscillation is 
$$\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3}{2x_2}\right)}.$$

Or

(b) A particle executing a simple harmonic equation has velocities  $v_1$ , and  $v_2$  when its distance from mean position are  $d_1$  and  $d_2$  respectively. Find the amplitude, period of velocity when its distance from the mean position is  $\frac{d_1 + d_2}{2}$ .

15. (a) If a point moves so that its radial velocity is  $k$  times its transverse velocity, then show that its path is an equiangular spiral.

Or

(b) Derive the  $p - r$  equation of a central orbit

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b)

16. (a) State and prove Lami's theorem.

Or

- (b) State and prove Varignon's theorem.

17. (a) A uniform rod of length  $a$ , leans against a smooth vertical wall being supported by means of a string, of length  $l$ , tied to one end of the rod, the other end of the string being attached to a point in the wall. Show that the rod can be inclined to the wall at an angle  $\theta$  given by  $\cos^2 \theta = \frac{l^2 - a^2}{3a^2}$ .

Or

- (b) A rod of length  $(a + b)$  whose centre of gravity divides it in the ratio  $a : b$  is at rest with its ends in contact with a smooth vertical wall and a smooth inclined plane inclined with the wall at an angle  $\alpha$ . If the rod is inclined at an angle  $\theta$  with the vertical, then show that  $\tan \alpha \tan \theta = \frac{a + b}{a}$  or  $\frac{a + b}{b}$ .

18. (a) Show that the greatest height which a particle with initial velocity  $v$  can reach on a vertical wall out a distance  $a$  from the point of projection is  $\frac{v^2}{2g} - \frac{ga^2}{2v^2}$ . Also prove that

$$\text{particle in its flight is } \frac{v^6}{2g(v^4 + g^2 a^2)}$$

Or

- (b) Show that for a given velocity of projection the maximum range down an inclined plane of inclination  $\alpha$  bears to the maximum range up the inclined plane the ratio  $\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$ .

19. (a) Obtain the differential equation of simple Harmonic equation and solve it completely.

Or

- (b) Find the composition of two simple harmonic motions of the same period in the same straight line and the composition of two simple harmonic motions of the same period in two perpendicular directions.

20. (a) Find the law of force towards the pole under which the curve  $u^n = a^n \cos \theta$  can be described.

Or

- (b) Obtain the differential equation of the central orbit in the form  $\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{p}{h^2u^2}$ .





9. The coefficient of  $\lambda^{p-1}$  in  $f(G, \lambda)$  is

(a)  $q$  (b)  $-q$

(c)  $p$  (d)  $-p$

10. The constant term is  $f(G, \lambda)$  is

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 0

PART B — ( $5 \times 5 = 25$  marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) If  $G$  is a  $K$ -regular bigraph with bipartition  $(V_1, V_2)$  and  $K > 0$ , then prove that  $|V_1| = |V_2|$ .

Or

(b) Prove that  $r(m, n) = r(n, m)$ .

12. (a) Prove that a graph  $G$  with  $P$  points and  $\delta = \frac{p-1}{2}$  is connected.

Or

(b) Prove that if  $G$  is a  $K$ -connected graph then  $q \geq \frac{pk}{2}$ .

13. (a) If  $G$  is a graph in which the degree of every vertex is atleast two then prove that  $G$  contains a cycle.

Or

- (b) Prove that every Hamiltonian graph is 2-connected.

14. (a) If  $G$  is a plane connected  $(p, q)$  graph without triangles and  $p \geq 3$  then prove that  $q \leq 2p - 4$ .

Or

- (b) If a  $(p_1, q_1)$  graph and a  $(p_2, q_2)$  graph are homeomorphic, then prove that  $p_1 + q_2 = p_2 + q_1$ .

15. (a) Prove that if  $G$  is a tree with  $n$  points ( $n \geq 2$ ) then  $f(G, \lambda) = \lambda(\lambda - 1)^{n-1}$ .

Or

- (b) Show that  $\lambda^4 - 3\lambda^3 + 3\lambda^2$  cannot be the chromatic polynomial of any graph.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Prove that the maximum number of lines among all  $p$ -point graphs with no triangles is

$$\left[ \frac{p^2}{4} \right].$$

Or

- (b) (i) Define  $\alpha'$  and  $\beta'$   
(ii) Prove that  $\alpha' + \beta' = p$ .

17. (a) Prove that a graph  $G$  with atleast two points is bipartite iff all its cycles are of even length.

Or

- (b) Prove that in any graph  $G$ ,  $K \leq \lambda \leq \delta$ .

18. (a) State and prove Dirac theorem.

Or

- (b) Prove that  $C(G)$  is well defined.

19. (a) State and prove Euler theorem.

Or

- (b) Show that  $\psi'(K_n) = \begin{cases} n & \text{if } n \text{ is odd} \\ n-1 & \text{if } n \text{ is even} \end{cases}$

20. (a) State and prove Five colour theorem.

Or

(b) Prove that coefficients of  $f(G, \lambda)$  is alternate in sign.

---

(8 pages)

Reg. No. : .....

Code No. : 30339 E      Sub. Code : JMMA 61

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics – Main

LINEAR ALGEBRA

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. Under which scalar multiplication defined below,  $R \times R$  is not a vector space over  $R$  ?
  - (a)  $\alpha(x, y) = (\alpha x, \alpha^2 y)$
  - (b)  $\alpha(a, b) = (0, 0)$
  - (c)  $\alpha(a, b) = (\alpha a, 0)$
  - (d) All the above

2. The union of two subspaces  $A$  and  $B$  is a vector space if
- (a)  $A \cap B = \{ \}$
  - (b)  $B \subset A'$
  - (c)  $A \subseteq B$  or  $B \subseteq A$
  - (d)  $B = A'$
3. If  $L(S) = S$ , then for the vector space  $V$ ,  $S$  is a/an \_\_\_\_\_
- (a) empty set
  - (b) equal set
  - (c) equal space
  - (d) subspace
4. The vector space of all polynomials of degree  $\leq n$  on  $R[x]$  over  $R$  has dimension \_\_\_\_\_
- (a)  $n - 1$
  - (b)  $n$
  - (c)  $n + 1$
  - (d)  $1$
5. For the linear transformations  $T_1$  and  $T_2$  if  $\text{rank}(T_2 T_1) = \text{rank } T_2$ , then \_\_\_\_\_
- (a)  $T_1$  is  $1 - 1$
  - (b)  $T_2$  is  $1 - 1$
  - (c) Both (a) and (b)
  - (d) Neither (a) nor (b)

6. The vector of unit length normal to the vector  $(1, 3, 4)$  is

(a)  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$       (b)  $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$

(c)  $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$       (d)  $(1, -3, 4)$

7. The inverse of the matrix  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  is \_\_\_\_\_

(a)  $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$       (b)  $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

(c)  $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$       (d)  $\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

8. Which of the following is true?

(a)  $\text{rank } A > \text{rank}(A, B)$

(b)  $\text{rank } A \geq \text{rank}(A, B)$

(c)  $\text{rank}(A, B) \leq 0$

(d)  $\text{rank } A \leq \text{rank}(A, B)$

9. If zero is an eigen value of  $A$ , then \_\_\_\_\_

(a)  $|A| = 0$       (b)  $|A| \neq 0$

(c)  $|A| > 0$       (d)  $|A| < 0$

10. The matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$  satisfies the equation

\_\_\_\_\_

(a)  $A^2 - 2A + 5I = 0$

(b)  $A^2 - 2A - 5I = 0$

(c)  $A^2 + 2A - 5I = 0$

(d)  $A^2 + 2A + 5I = 0$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Let  $V$  be a vector space over a field  $F$ . Prove that a non-empty subset  $W$  of  $V$  is a subspace if and only if  $u, v \in W$  and  $\alpha, \beta \in F \Rightarrow \alpha u + \beta v \in W$ .

Or

(b) (i)  $T : R^2 \rightarrow R^2$  defined by  $T(a, b) = (2a - 3b, a + 4b)$  is a linear transformation. Prove.

(ii) Show that if  $T : V \rightarrow W$  is a linear transformation,  $T(V)$  is a subspace of  $W$ .

12. (a) Let  $V$  be a finite dimensional vector space over  $F$ . Then prove that any linearly independent set of vectors in  $V$  is a part of a basis.

Or

- (b) Show that any two vector spaces of the same dimension over a field  $F$  are isomorphic.
13. (a) Let  $V$  and  $W$  be two finite dimensional vector spaces over  $F$ . Let  $\dim V = m$  and  $\dim W = n$ . Show that  $L(V, W)$  is a vector space of dimension  $mn$  over  $F$ .

Or

- (b) State and prove Schwartz's inequality and triangle inequality.
14. (a) Find the inverse of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Or

- (b) Show that the system of equations is inconsistent.

$$x + 2y + z = 11; 4x + 6y + 5z = 8;$$

$$2x + 2y + 3z = 19.$$

15. (a) Verify Cayley Hamilton theorem for

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Or

- (b) The product of two eigen values of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -7 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \text{ is } -12. \text{ Find all eigen values}$$

of  $A$ .

PART C — ( $5 \times 8 = 40$  marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Show that for a vector space  $V$  and its subspace  $W$  over  $F$ ,  $V/W = \{W + v/v \in V\}$  is a vector space over  $F$ .

Or

- (b) State and prove fundamental theorem of homomorphism.

17. (a) Show that if  $V = A \oplus B$ , then  $\dim V = \dim A + \dim B$ .

Or

- (b) Prove that any two bases of a finite dimensional vector space have same number of elements.

18. (a) Show that every finite dimensional inner product space has an orthonormal basis.

Or

- (b) Let  $W_1$  and  $W_2$  be subspaces of a finite dimensional inner product space. Then show that

(i)  $(W_1 + W_2)^\perp = W_1^\perp \cap W_2^\perp$ .

(ii)  $(W_1 \cap W_2)^\perp = W_1^\perp + W_2^\perp$ .

19. (a) Find the rank of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

Or

- (b) For what values of  $\eta$ , the equations are consistent?  $x + y + z = 1$ ;  $x + 2y + 4z = \eta$ ;  $x + 4y + 10z = \eta^2$ . And solve them.

20. (a) State and prove Cayley Hamilton theorem.  
Using this theorem find the inverse of

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Or

- (b) Find the eigen values and eigen vectors of

the matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$

---

Reg. No. : .....

Code No. : 30341 B Sub. Code : JMMA 62/  
JMMC 62

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics/Mathematics with CA – Main

COMPLEX ANALYSIS

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1.  $z = 0$  -ல்  $f(z) = |z|^2$  என்ற சார்பு ஒரு \_\_\_\_\_  
ஆகும்.
- (அ) பகுமுறைச் சார்பு  
(ஆ) வகையிடத்தக்கது  
(இ) வகையிடத்தக்கதல்ல  
(ஈ) தொடர்ச்சியற்றது

At  $z = 0$ , the function  $f(z) = |z|^2$  is \_\_\_\_\_.

- (a) analytic
- (b) differentiable
- (c) not differentiable
- (d) not continuous

2. C.R சமன்பாட்டின் முழுமையான படிவம் \_\_\_\_\_.

(அ)  $f_x = if_y$                       (ஆ)  $f_x = i \frac{\partial f}{\partial x}$

(இ)  $f_x = -if_y$                       (ஈ)  $f_x = i \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$

Complete form of C.R equations is

(a)  $f_x = if_y$                       (b)  $f_x = i \frac{\partial f}{\partial x}$

(c)  $f_x = -if_y$                       (d)  $f_x = i \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$

3. 'a' என்ற மையப்புள்ளியில் 'r' -ஐ ஆரமாகக் கொண்டது

C எனில்  $\int_C \frac{dz}{z-a}$  -ன் மதிப்பு \_\_\_\_\_.

(அ)  $2\pi i$                                   (ஆ)  $-2\pi i$

(இ) 0    (ஈ)  $2\pi r$

If  $C$  is a circle with centre ' $a$ ' and radius ' $r$ ', then

the value of  $\int_C \frac{dz}{z-a} = \text{_____}$ .

- (a)  $2\pi i$  (b)  $-2\pi i$   
(c)  $0$  (d)  $2\pi r$

4.  $C$  என்பது  $|z| = r$  என்ற வட்டம் எனில்  $\int_C \frac{dz}{z}$ -ன் மதிப்பு  
\_\_\_\_\_.

- (அ)  $\pi i$  (ஆ)  $2\pi i$   
(இ)  $2\pi$  (ஈ)  $\pi$

If  $C$  is a circle  $|z| = r$ , then the value of  $\int_C \frac{dz}{z}$  is  
\_\_\_\_\_.

- (a)  $\pi i$  (b)  $2\pi i$   
(c)  $2\pi$  (d)  $\pi$

5.  $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\sin z}{z} = \text{_____}$ .

- (அ)  $0$  (ஆ)  $1$   
(இ)  $\infty$  (ஈ)  $-1$

$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\sin z}{z} = \text{_____}$ .

- (a)  $0$  (b)  $1$   
(c)  $\infty$  (d)  $-1$

6.  $\frac{1}{z(z-i)}$  என்பதன் ஒருமையப் புள்ளிகள்

\_\_\_\_\_.

(அ) 0 மற்றும் 1 (ஆ) 0 மற்றும்  $i$

(இ) 1 மற்றும் 2 (ஈ) 2 மற்றும் 0

The singularities of  $\frac{1}{z(z-i)}$  are \_\_\_\_\_.

(a) 0 and 1 (b) 0 and  $i$

(c) 1 and 2 (d) 2 and 0

7.  $\int_0^{2\pi} f(\cos\theta, \sin\theta) d\theta$ -ஐ மதிப்பீடு செய்யும் போது,

$z = \text{_____}$  எனப் பிரதியிட வேண்டும்.

(அ)  $z = e^{-i\theta}$  (ஆ)  $z = e^{i\theta}$

(இ)  $z = 2e^{i\theta}$  (ஈ)  $z = 2e^{-i\theta}$

To evaluate  $\int_0^{2\pi} f(\cos\theta, \sin\theta) d\theta$ , which we substitute for  $z$  is \_\_\_\_\_.

(a)  $z = e^{-i\theta}$  (b)  $z = e^{i\theta}$

(c)  $z = 2e^{i\theta}$  (d)  $z = 2e^{-i\theta}$

8.  $f(z) = \frac{z^2 + 1}{(z^2 + 2z + 2)^2}$  எனில், வரிசை 1 உடைய

பூஜ்யங்கள் \_\_\_\_\_ ஆகும்.

(அ)  $i$  மற்றும்  $-i$

(ஆ)  $1 - i$  மற்றும்  $1 + i$

(இ)  $-1 + i$  மற்றும்  $-1 - i$

(ஈ) இவை ஏதுமில்லை

Let  $f(z) = \frac{z^2 + 1}{(z^2 + 2z + 2)^2}$ . Then \_\_\_\_\_ and

\_\_\_\_\_ are zeros of order 1.

(a)  $i$  and  $-i$

(b)  $1 - i$  and  $1 + i$

(c)  $-1 + i$  and  $-1 - i$

(d) none of these

9.  $w = z + b$  -ன் நிலைப்புள்ளிகள்  $Z =$  \_\_\_\_\_.

(அ) 0 (ஆ)  $\infty$

(இ) 0 மற்றும்  $\infty$  (ஈ) 1

The fixed points of  $w = z + b$  is  $Z =$  \_\_\_\_\_.

(a) 0 (b)  $\infty$

(c) 0 and  $\infty$  (d) 1

10.  $w = iz$  என்பது ஒரு சுழற்சியைக் குறிக்க வேண்டுமானால்,  
\_\_\_\_\_ சுழற்ற வேண்டும்.

(அ)  $\frac{\pi}{2}$  (ஆ)  $\pi$

(இ)  $\frac{3\pi}{2}$  (ஈ)  $2\pi$

$w = iz$  represents a rotation through an angle  
\_\_\_\_\_.

(a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\pi$

(c)  $\frac{3\pi}{2}$  (d)  $2\pi$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 pages.

11. (அ)  $f(z) = e^{-x}(\cos y - i \sin y)$  என்ற சார்புக்கு C.R  
சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்கவும்.

Verify C.R equations for the function  
 $f(z) = e^{-x}(\cos y - i \sin y)$ .

Or

(ஆ)  $u$  மற்றும்  $v$  என்பன இணை இசைச் சார்புகள் எனில், இவற்றின் பெருக்கல்  $uv$ -யும் ஓர் இசைசார்பு என நிரூபி.

Show that if  $u$  and  $v$  are conjugate harmonic functions,  $uv$  is a harmonic function.

12. (அ)  $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$  என நிரூபி.

Prove that  $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$ .

Or

(ஆ)  $\int_{-c}^c f(z) dz = -\int_c^{-c} f(z) dz$  என நிரூபி.

Prove that  $\int_{-c}^c f(z) dz = -\int_c^{-c} f(z) dz$ .

13. (அ)  $|z| < 1$ -ல்,  $\frac{1}{(z+1)(z+3)}$  குறித்து காட்டுவதற்கான  
டெய்லரின் தொடரைக் காண்க.

Obtain the Taylor's series to represent  
 $\frac{1}{(z+1)(z+3)}$  in  $|z| < 1$ .

Or

(ஆ) லாரண்ட்-ன் தொடரைப் பயன்படுத்தி,  $z = 1$ -ல்,  
 $\frac{e^{2z}}{(z-1)^2}$ -ன் எச்சத்தைக் கண்டுபிடி.

Use Laurent's series, find residue of  $\frac{e^{2z}}{(z-1)^2}$   
at  $z = 1$ .

14. (அ) Contour தொகையைப் பயன்படுத்தி

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 + \cos\theta} \text{ -ன் மதிப்பைக் காண்க.}$$

Using Contour integration, find the value of

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 + \cos\theta}.$$

Or

(ஆ) மதிப்பீடு செய்க :  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 + 4 \sin\theta}$ .

Evaluate  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 + 4 \sin\theta}$ .

15. (அ)  $w = \frac{1}{2}$  என்ற சார்புவின் கீழ்  $|z - 3i| = 3$  என்ற

வட்டத்தின் பிம்பத்தைக் கண்டுபிடி.

Find the image of the circle  $|z - 3i| = 3$

under the map  $w = \frac{1}{2}$ .

Or

(ஆ)  $w = \frac{5-4z}{4z-2}$  என்ற உருமாற்றம்,  $|z|=1$  என்ற வட்டத்தை 1 என்ற அளவை ஆரமாகவும்,  $\frac{-1}{2}$  -ஐ மையமாகவும் கொண்ட வட்டத்திற்கு மாற்றும் என நிரூபி.

Show that the transformation  $w = \frac{5-4z}{4z-2}$  maps the unit circle  $|z|=1$  into a circle of radius unity and centre  $\frac{-1}{2}$ .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) C.R சமன்பாடுகளை துருவ ஆயங்களில் தருவி.  
Derive C.R equations in polar coordinates.

Or

(ஆ)  $u(x,y) = ax^2 - y^2 + xy$  ஒரு இசைச் சார்பு எனில், மாறிலி  $a$  -ன் மதிப்பைக் காண்க. மேலும்  $u$  என்பது மெய்ப்பகுதி எனில், பகுமுறைசார்பு  $f(z)$  ஐக் காண்க.

If  $u(x,y) = ax^2 - y^2 + xy$  is harmonic, find the value of ' $a$ '. Find an analytic function  $f(z)$  for which  $u$  is the real part.

17. (அ) கோஷி-குர்சாத்தின் தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபி.

State and prove Cauchy-Goursat theorem.

Or

(ஆ) மதிப்பிடுக :

(i)  $\int_C \frac{\sin z dz}{\left(z - \frac{\pi}{2}\right)^2}$ ,  $C$  என்பது  $|z| = 2$  என்ற ஒரு

வட்டம்

(ii)  $\int_C \frac{z^3 dz}{(2z + i)^3}$   $C$  என்பது ஒரு ஓரலகு வட்டம்.

Evaluate :

(i)  $\int_C \frac{\sin z dz}{\left(z - \frac{\pi}{2}\right)^2}$ , where  $C$  is the circle

$|z| = 2$ .

(ii)  $\int_C \frac{z^3 dz}{(2z + i)^3}$  where  $C$  is the unit circle.

18. (அ) லாரண்டின் தொடரைக் கூறி நிரூபி.

State and prove Laurent's series.

Or

(ஆ)  $f(z) = \frac{z-1}{z+1}$  என்ற சார்பை

(i)  $z = 0$  என்ற புள்ளியைப் பொறுத்தும்

(ii)  $z = 1$  என்ற புள்ளியைப் பொறுத்தும்  
டெய்லரின் தொடரில் விரித்து எழுதுக.  
மேலும், குவியும் பகுதியை

(1)-க்கும்,

(2)-க்கும், கண்டுபிடி.

Expand  $f(z) = \frac{z-1}{z+1}$  as a Taylor's series

(i) about the point  $z = 0$  and

(ii) about the point  $z = 1$ . Determine the  
region of convergence in each case.

19. (அ) மதிப்பிடுக :  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}$ .

Evaluate :  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}$ .

Or

(ஆ) காண்டுர் தொகையைப் பயன்படுத்தி,

$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx$ -ன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

Using the method of Contour integration,

evaluate  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx$ .

20. (அ) சேர்க்கையின் கீழ், இரட்டை ஒருபடி மாற்றத்தின் கணம் ஒரு குலம் என நிரூபி.

Prove that the set of all bilinear transformations is a group under composition.

Or

(ஆ) நான்கு புள்ளிகள் ஒரு வட்டத்தின் மேல் இருக்கும் எனில், அவற்றின் குறுக்கு விகிதம் மெய் என நிரூபி.

Prove that the cross ratio of four points is real when the points lie on a circle.

---

(7 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 30341 E      Sub. Code : JMMA 62/  
JMMC 62**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics/Mathematics with CA – Main

COMPLEX ANALYSIS

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. At  $z = 0$ , the function  $f(z) = |z|^2$  is \_\_\_\_\_.
- (a) analytic
  - (b) differentiable
  - (c) not differentiable
  - (d) not continuous

2. Complete form of C.R equations is

(a)  $f_x = if_y$                       (b)  $f_x = i \frac{\partial f}{\partial x}$

(c)  $f_x = -if_y$                       (d)  $f_x = i \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$

3. If  $C$  is a circle with centre ' $a$ ' and radius ' $r$ ', then

the value of  $\int_C \frac{dz}{z-a} = \text{_____}$ .

(a)  $2\pi i$                                   (b)  $-2\pi i$

(c)  $0$                                         (d)  $2\pi r$

4. If  $C$  is a circle  $|z|=r$ , then the value of  $\int_C \frac{dz}{z}$  is

\_\_\_\_\_.

(a)  $\pi i$                                       (b)  $2\pi i$

(c)  $2\pi$                                         (d)  $\pi$

5.  $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\sin z}{z} = \text{_____}$ .

(a)  $0$                                         (b)  $1$

(c)  $\infty$                                         (d)  $-1$

6. The singularities of  $\frac{1}{z(z-i)}$  are \_\_\_\_\_.
- (a) 0 and 1                      (b) 0 and  $i$   
(c) 1 and 2                        (d) 2 and 0
7. To evaluate  $\int_0^{2\pi} f(\cos \theta, \sin \theta) d\theta$ , which we substitute for  $z$  is \_\_\_\_\_.
- (a)  $z = e^{-i\theta}$                       (b)  $z = e^{i\theta}$   
(c)  $z = 2e^{i\theta}$                         (d)  $z = 2e^{-i\theta}$
8. Let  $f(z) = \frac{z^2 + 1}{(z^2 + 2z + 2)^2}$ . Then \_\_\_\_\_ and \_\_\_\_\_ are zeros of order 1.
- (a)  $i$  and  $-i$   
(b)  $1 - i$  and  $1 + i$   
(c)  $-1 + i$  and  $-1 - i$   
(d) none of these
9. The fixed points of  $w = z + b$  is  $Z =$ \_\_\_\_\_.
- (a) 0                                  (b)  $\infty$   
(c) 0 and  $\infty$                         (d) 1

10.  $w = iz$  represents a rotation through an angle \_\_\_\_\_.

- (a)  $\frac{\pi}{2}$                       (b)  $\pi$   
(c)  $\frac{3\pi}{2}$                       (d)  $2\pi$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 pages.

11. (a) Verify C.R equations for the function  
 $f(z) = e^{-x}(\cos y - i \sin y)$ .

Or

(b) Show that if  $u$  and  $v$  are conjugate harmonic functions,  $uv$  is a harmonic function.

12. (a) Prove that  $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$ .

Or

(b) Prove that  $\int_{-c}^c f(z) dz = -\int_c^{-c} f(z) dz$ .

13. (a) Obtain the Taylor's series to represent  $\frac{1}{(z+1)(z+3)}$  in  $|z| < 1$ .

Or

- (b) Use Laurent's series, find residue of  $\frac{e^{2z}}{(z-1)^2}$  at  $z = 1$ .

14. (a) Using Contour integration, find the value of  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 + \cos\theta}$ .

Or

- (b) Evaluate  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 + 4\sin\theta}$ .

15. (a) Find the image of the circle  $|z - 3i| = 3$  under the map  $w = \frac{1}{z}$ .

Or

- (b) Show that the transformation  $w = \frac{5-4z}{4z-2}$  maps the unit circle  $|z| = 1$  into a circle of radius unity and centre  $\frac{-1}{2}$ .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Derive C.R equations in polar coordinates.

Or

- (b) If  $u(x, y) = ax^2 - y^2 + xy$  is harmonic, find the value of 'a'. Find an analytic function  $f(z)$  for which  $u$  is the real part.

17. (a) State and prove Cauchy-Goursat theorem.

Or

- (b) Evaluate :

(i)  $\int_C \frac{\sin z dz}{\left(z - \frac{\pi}{2}\right)^2}$ , where  $C$  is the circle  
 $|z| = 2$ .

(ii)  $\int_C \frac{z^3 dz}{(2z + i)^3}$  where  $C$  is the unit circle.

18. (a) State and prove Laurent's series.

Or

- (b) Expand  $f(z) = \frac{z-1}{z+1}$  as a Taylor's series
- (i) about the point  $z = 0$  and
  - (ii) about the point  $z = 1$ . Determine the region of convergence in each case.

19. (a) Evaluate :  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}$ .

Or

- (b) Using the method of Contour integration, evaluate  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx$ .

20. (a) Prove that the set of all bilinear transformations is a group under composition.

Or

- (b) Prove that the cross ratio of four points is real when the points lie on a circle.

---

Reg. No. : .....

Code No. : 30342 B Sub. Code : JMMA 63/  
JMMC 63

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics/Mathematics with CA – Main

NUMBER THEORY

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. குறைவற்ற முழுக்களைக் கொண்ட எந்த ஒரு வெற்றற்ற கணமும் ————— உறுப்பைக் கொண்டிருக்கும்.

(அ) மீச்சிறு (ஆ) மீப்பெரு

(இ) பூஜ்யம் (ஈ) முடிவிலி

Every non empty set S of nonnegative integers contains a ————— element.

(a) least (b) greatest

(c) zero (d) infinity

2.  $\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots =$

(அ)  $2^n$  (ஆ)  $2^{n-1}$

(இ)  $2^{n+1}$  (ஈ)  $0$

$\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots =$

(a)  $2^n$  (b)  $2^{n-1}$

(c)  $2^{n+1}$  (d)  $0$

3.  $t_n$  என்பது  $n$ -வது முக்கோண எண் எனில்  $t_n =$

(அ)  $\binom{n}{2}$  (ஆ)  $\binom{n-1}{2}$

(இ)  $\frac{n+1}{2}$  (ஈ)  $\binom{n+1}{2}$

If  $t_n$  is the  $n$ th triangular number, then  $t_n =$

(a)  $\binom{n}{2}$  (b)  $\binom{n-1}{2}$

(c)  $\frac{n+1}{2}$  (d)  $\binom{n+1}{2}$

4. மீ.சி.ம  $(a, b) = ab$  என இருக்கத் தேவையானதும் போதுமானதுமான நிபந்தனை \_\_\_\_\_.

(அ) மீ.பொ.வ  $(a, b) = 1$

(ஆ) மீ.பொ.வ  $(a, b) = a$

(இ) மீ.பொ.வ  $(a, b) = b$

(ஈ) மீ.பொ.வ  $(a, b) = ab$

$\text{lcm}(a, b) = ab$  if and only if \_\_\_\_\_.

(a)  $\text{gcd}(a, b) = 1$       (b)  $\text{gcd}(a, b) = a$

(c)  $\text{gcd}(a, b) = b$       (d)  $\text{gcd}(a, b) = ab$

5.  $5^{\#} + 1 = \text{_____}$ .

(அ) 5      (ஆ) 6

(இ) 11      (ஈ) 31

$5^{\#} + 1 = \text{_____}$ .

(a) 5      (b) 6

(c) 11      (d) 31

6. 360-ன் நியமன வடிவம் \_\_\_\_\_.

(அ)  $300 + 60 + 0$       (ஆ)  $3 + 6 + 0$

(இ)  $5 \times 8 \times 9$       (ஈ)  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

The canonical form of 360 is \_\_\_\_\_.

- (a)  $300 + 60 + 0$       (b)  $3 + 6 + 0$   
(c)  $5 \times 8 \times 9$       (d)  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

7.  $1!+2!+\dots+100!$ -ஐ 12-ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதி \_\_\_\_\_.

- (அ) 0      (ஆ) 9  
(இ) 11      (ஈ) 1

The remainder when we divide  $1!+2!+\dots+100!$  by 12 is \_\_\_\_\_.

- (a) 0      (b) 9  
(c) 11      (d) 1

8.  $-15 \equiv \text{_____} \pmod{7}$ .

- (அ) 64      (ஆ) -20  
(இ) -64      (ஈ) 0

$-15 \equiv \text{_____} \pmod{7}$ .

- (a) 64      (b) -20  
(c) -64      (d) 0

9.  $p$  மற்றும்  $q$  வெவ்வேறு பகா எண்கள் மற்றும்  $a^p \equiv a \pmod{q}$ ,  $a^q \equiv a \pmod{p}$  எனில்  $a^{pq} \equiv \text{_____} \pmod{pq}$ .

- (அ)  $a^2$       (ஆ) 1  
(இ)  $a$       (ஈ) 0

If  $p$  and  $q$  are distinct primes with  $a^p \equiv a \pmod{q}$  and  $a^q \equiv a \pmod{p}$ , then  $a^{pq} \equiv \text{—————} \pmod{pq}$

- (a)  $a^2$  (b) 1  
(c)  $a$  (d) 0

10. மீச்சிறு பொய்மை பகா எண் —————.

- (அ) 2 (ஆ) 101  
(இ) 341 (ஈ) 1001

The least pseudoprime is —————.

- (a) 2 (b) 101  
(c) 341 (d) 1001

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) முடிவறு மறுதருவித்தலின் முதலாவது தத்துவத்தைக் கூறி நிரூபி.

State and prove the first principle of finite induction.

Or

(ஆ) பாஸ்கல்-ன் விதியை கூறி நிறுவுக.

State and prove Pascal's rule.

12. (அ) எந்த ஒரு  $a \geq 1$  -க்கும்  $a(a^2 + 2)/3$  ஒரு முழு எண் என நிரூபி.

Prove that  $a(a^2 + 2)/3$  is an integer for all  $a \geq 1$ .

Or

- (ஆ) யூக்ளிடியன் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி மீ.பொ.வ (12378, 3054) காண்.

Find g.c.d. (12378, 3054) using Euclidean algorithm.

13. (அ) பகா எண்களின் எண்ணிக்கை முடிவில்லாதது என நிரூபி.

Show that the number of primes is infinite.

Or

- (ஆ)  $p_n$  என்பது  $n$ -வது பகா எண் எனில்  $p_n \leq 2^{2^{n-1}}$  எனக் காட்டுக.

If  $p_n$  is the  $n$ th prime number, prove that  $p_n \leq 2^{2^{n-1}}$ .

14. (அ)  $ca \equiv cb \pmod{n}$  எனில்  $a \equiv b \pmod{\frac{n}{d}}$ ,

$d = \text{மீ.பொ.வ}(c, n)$  என நிரூபி.

If  $ca \equiv cb \pmod{n}$ , then prove that

$a \equiv b \pmod{\frac{n}{d}}$ , where  $d = \text{gcd}(c, n)$ .

Or

(ஆ)  $9x \equiv 21(\text{mod } 30)$  என்ற நேரியல் சர்வ சமன்பாட்டைத் தீர்.

Solve the linear congruence  $9x \equiv 21(\text{mod } 30)$ .

15. (அ) பெர்மாட்-ன் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.  
State and prove Fermat's theorem.

Or

(ஆ) 12499-ஐ காரணிபடுத்துக.

Factorize the number 12499.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) (i) ஆர்க்கிமிடியன் பண்பைக் கூறி நிறுவுக.  
(ii) நியூட்டனின் சமன்பாட்டை வருவி.  
(i) State and prove the Archimedean Property.  
(ii) Derive Newton's identity.

Or

(ஆ) ஈருறுப்புத் தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபி.

State and prove the binomial theorem.

17. (அ)  $a$  மற்றும்  $b$  ஆகியன இரண்டும் பூஜ்யமாகாத முழுக்கள் எனில் மீ.பொ.வ  $(a, b) = ax + by$  என அமையுமாறு இரு எண்கள்  $x$  மற்றும்  $y$  இருக்கும் என நிரூபி.

Given integers  $a$  and  $b$ , not both of which are zero, show that there exist integers  $x$  and  $y$  such that  $\gcd(a, b) = ax + by$ .

Or

- (ஆ) ஒரு வாடிக்கையாளர் ரூ. 132-க்கு ஆப்பிள் மற்றும் ஆரஞ்சு பழங்கள் 12 வாங்குகிறார். ஒரு ஆப்பிள் பழத்தின் விலை ஒரு ஆரஞ்சு பழத்தின் விலையை விட ரூ. 3 அதிகம் ஆகும். மேலும் ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை ஆரஞ்சுகளின் எண்ணிக்கையை விட அதிகம் எனில் ஒவ்வொரு வகையிலும் எத்தனை பழங்கள் வாங்கினார்?

A customer bought a dozen pieces of fruit, 12 apples and oranges for Rs. 132. If an apple costs Rs. 3 more than an orange and more apples than oranges were purchased, how many pieces of each kind were bought?

18. (அ) கணித அடிப்படைத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove the fundamental theorem of arithmetic.

Or

- (ஆ) (i)  $\sqrt{2}$  ஒரு விகிதமுறா எண் என நிரூபி.
- (ii)  $4n + 3$  என்ற வடிவில் எண்ணற்ற பகா எண்கள் இருக்கும் எனக்காட்டுக.
- (i) Prove that  $\sqrt{2}$  is irrational.
- (ii) Show that there are an infinite number of primes of the form  $4n + 3$ .

19. (அ)  $ax \equiv b \pmod{n}$  என்ற நேரியல் சர்வ சமன்பாட்டிற்கு ஒரு தீர்வு இருக்கத் தேவையானதும் போதுமானதுமான நிபந்தனை  $d|b$ ,  $d = \text{மீ.பொ.வ}(a, n)$  என நிரூபி. மேலும்  $d|b$  எனில் ஒன்றுக்கொன்று சர்வசமமற்ற  $d$  தீர்வுகள் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

Prove that the linear congruence  $ax \equiv b \pmod{n}$  has a solution if and only if  $d|b$  where  $d = \text{gcd}(a, n)$ . If  $d|b$ , then it has  $d$  mutually incongruent solutions modulo  $n$ .

Or

- (ஆ) சைனீசின் மீதி தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபி.

State and prove Chinese remainder theorem.

20. (அ)  $p$  ஓர் ஒற்றைப் பகா எண் என்க.  $x^2 + 1 = 0 \pmod{p}$  என்ற இருபடி சர்வ சமன்பாட்டிற்குத் தீர்வு அமைய தேவையானதும் போதுமானதுமான நிபந்தனை  $p \equiv 1 \pmod{4}$  எனக் காட்டுக.

Let  $p$  be an odd prime. Prove that the quadratic congruence  $x^2 + 1 = 0 \pmod{p}$  has a solution if and only if  $p \equiv 1 \pmod{4}$ .

Or

- (ஆ) வில்சனின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Wilson's theorem.

(6 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 30342 E    Sub. Code : JMMA 63/  
JMMC 63**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics/Mathematics with CA – Main

NUMBER THEORY

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. Every non empty set  $S$  of nonnegative integers contains a \_\_\_\_\_ element.
  - (a) least
  - (b) greatest
  - (c) zero
  - (d) infinity

2.  $\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots =$
- (a)  $2^n$                       (b)  $2^{n-1}$   
(c)  $2^{n+1}$                     (d) 0
3. If  $t_n$  is the  $n$ th triangular number, then  $t_n =$
- (a)  $\binom{n}{2}$                       (b)  $\binom{n-1}{2}$   
(c)  $\frac{n+1}{2}$                       (d)  $\binom{n+1}{2}$
4.  $\text{lcm}(a, b) = ab$  if and only if \_\_\_\_\_.
- (a)  $\text{gcd}(a, b) = 1$             (b)  $\text{gcd}(a, b) = a$   
(c)  $\text{gcd}(a, b) = b$             (d)  $\text{gcd}(a, b) = ab$
5.  $5^\# + 1 =$  \_\_\_\_\_.
- (a) 5                              (b) 6  
(c) 11                             (d) 31
6. The canonical form of 360 is \_\_\_\_\_.
- (a)  $300 + 60 + 0$             (b)  $3 + 6 + 0$   
(c)  $5 \times 8 \times 9$                 (d)  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$



12. (a) Prove that  $a(a^2 + 2)/3$  is an integer for all  $a \geq 1$ .

Or

- (b) Find g.c.d. (12378, 3054) using Euclidean algorithm.

13. (a) Show that the number of primes is infinite.

Or

- (b) If  $p_n$  is the  $n$ th prime number, prove that  $p_n \leq 2^{2^{n-1}}$ .

14. (a) If  $ca \equiv cb \pmod{n}$ , then prove that  $a \equiv b \pmod{\frac{n}{d}}$ , where  $d = \gcd(c, n)$ .

Or

- (b) Solve the linear congruence  $9x \equiv 21 \pmod{30}$ .

15. (a) State and prove Fermat's theorem.

Or

- (b) Factorize the number 12499.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) (i) State and prove the Archimedean Property.  
(ii) Derive Newton's identity.

Or

- (b) State and prove the binomial theorem.
17. (a) Given integers  $a$  and  $b$ , not both of which are zero, show that there exist integers  $x$  and  $y$  such that  $\gcd(a, b) = ax + by$ .

Or

- (b) A customer bought a dozen pieces of fruit, 12 apples and oranges for Rs. 132. If an apple costs Rs. 3 more than an orange and more apples than oranges were purchased, how many pieces of each kind were bought?
18. (a) State and prove the fundamental theorem of arithmetic.

Or

- (b) (i) Prove that  $\sqrt{2}$  is irrational.  
(ii) Show that there are an infinite number of primes of the form  $4n + 3$ .

19. (a) Prove that the linear congruence  $ax \equiv b \pmod{n}$  has a solution if and only if  $d|b$  where  $d = \gcd(a, n)$ . If  $d|b$ , then it has  $d$  mutually incongruent solutions modulo  $n$ .

Or

- (b) State and prove Chinese remainder theorem.
20. (a) Let  $p$  be an odd prime. Prove that the quadratic congruence  $x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$  has a solution if and only if  $p \equiv 1 \pmod{4}$ .

Or

- (b) State and prove Wilson's theorem.
-

Reg. No. : .....

Code No. : 30343 B Sub. Code : JMMA 64/  
JMMC 64

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics/ Mathematics with CA – Main

GRAPH THEORY

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1.  $\deg(v_1) = 3$   $\deg(v_2) = 2$ ;  $\deg(v_3) = 2$ ;  $\deg(v_4) = 2$   
என்ற நான்கு புள்ளிகள் கொண்ட வரைகளின் எண்ணிக்கை

(அ) 1

(ஆ) 2

(இ) 3

(ஈ) 0

The number of graphs a with four vertices having  $\deg(v_1) = 3$   $\deg(v_2) = 2$ ;  $\deg(v_3) = 2$ ;  $\deg(v_4) = 2$

- (a) 1 (b) 2  
(c) 3 (d) 0

2. முக்கோணமற்ற  $p$  புள்ளிகள் கொண்ட வரையில் உள்ள கோடுகளின் எண்ணிக்கையின் அதிகபட்சம் \_\_\_\_\_ ஆகும்.

(அ)  $\left[ \frac{p^2}{4} \right]$  (ஆ)  $\left[ \frac{p^2}{2} \right]$

(இ)  $\left[ \frac{p^2}{3} \right]$  (ஈ)  $\left[ \frac{p^2}{6} \right]$

The maximum number of lines among all  $p$  point graphs with no triangles is \_\_\_\_\_.

(a)  $\left[ \frac{p^2}{4} \right]$  (b)  $\left[ \frac{p^2}{2} \right]$

(c)  $\left[ \frac{p^2}{3} \right]$  (d)  $\left[ \frac{p^2}{6} \right]$

3. 10 புள்ளிகள் கொண்ட ஒரு மரத்தில் 3 புள்ளிகள் ஒரு படி கொண்டவை எனில் வெட்டு புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை \_\_\_\_\_ ஆகும்.

(அ) 3

(ஆ) 7

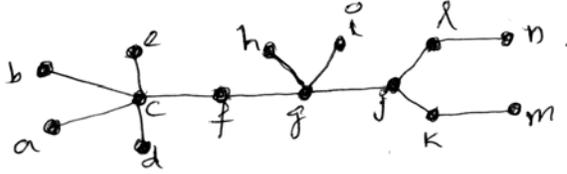
(இ) 1-க்கும் 7-க்கும் இடைப்பட்ட ஏதேனும் ஒரு எண்

(ஈ) 1-க்கும் 10-க்கும் இடைப்பட்ட ஏதேனும் ஒரு எண்

Support  $T$  is a tree with 10 points among which 3 are pendent points then the number of cut points in  $T$  is equal to

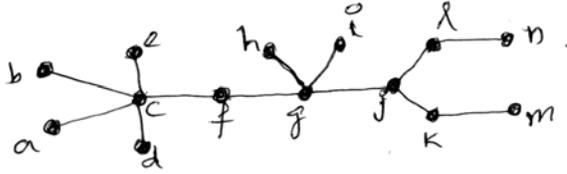
- (a) 3
- (b) 7
- (c) any number between 1 to 7
- (d) any number between 1 to 10

4. என்ற மரத்தின் மையம்



- (அ)  $f, g$
- (ஆ)  $g, j$
- (இ)  $h, i, g$
- (ஈ)  $g$

The centre(s) of the tree



- (a)  $f, g$
- (b)  $g, j$
- (c)  $h, i, g$
- (d)  $g$

5.  $G$  என்பது  $(p, q)$ -மீப்பெரு தள வரை எனில்

(அ)  $q = 3p + 6$                       (ஆ)  $p = 3q - 6$

(இ)  $p = \frac{q+6}{3}$                       (ஈ)  $q = 3p - 4$

If  $G$  is a maximal planar  $(p, q)$  graph then

(a)  $q = 3p + 6$                       (b)  $p = 3q - 6$

(c)  $p = \frac{q+6}{3}$                       (d)  $q = 3p - 4$

6. ஒரு  $(p, q)$ -வரை  $G$  என்பது அய இரட்டை எனில்

(அ)  $q = 3p - 6$                       (ஆ)  $q = 2p - 3$

(இ)  $q = 2p - 2$                       (ஈ)  $q = 3p + 6$

If a  $(p, q)$  graph  $G$  is self dual then

(a)  $q = 3p - 6$                       (b)  $q = 2p - 3$

(c)  $q = 2p - 2$                       (d)  $q = 3p + 6$

7.  $G$  என்பது ஒரு  $(p, q)$  வரை எனில்

(அ)  $q \geq \binom{p}{2}$                       (ஆ)  $q = \binom{p}{2}$

(இ)  $q < \binom{p}{2}$                       (ஈ)  $q \leq \binom{p}{2}$

If  $G$  is a  $(p, q)$  graph then

(a)  $q \geq \binom{p}{2}$                       (b)  $q = \binom{p}{2}$

(c)  $q < \binom{p}{2}$                       (d)  $q \leq \binom{p}{2}$

8. \_\_\_\_\_ எனில்  $G$  என்பது ஒரு கோட்டு வரை என அழைக்கப்படுகிறது.

(அ) ஏதேனும் ஒரு  $H$ -க்கு  $G \cong L(H)$

(ஆ) அனைத்து  $H$ -க்கும்  $G \cong L(H)$

(இ) ஒரு  $H$ -க்கு  $G \cong L(H)$

(ஈ) எந்த இரு  $H$ -க்கு  $G \cong L(H)$

A graph  $G$  is called a line graph if

(a)  $G \cong L(H)$  for some  $H$

(b)  $G \cong L(H)$  for all  $H$

(c)  $G \cong L(H)$  for one  $H$

(d)  $G \cong L(H)$  for two  $H$

9. ஒரு சக்கரத்தில் ஒற்றை எண்ணிக்கையில் புள்ளிகள் இருந்தால் அதன் வண்ண எண் \_\_\_\_\_ ஆகும்.

(அ) 4 (ஆ) 5

(இ) 3 (ஈ) 2

A wheel has chromatic number \_\_\_\_\_ if it has an odd number of points.

(a) 4 (b) 5

(c) 3 (d) 2

10.  $G$  என்பது ஒரு வரை எனில்

(அ)  $x = \Delta + 1$  (ஆ)  $x \geq \Delta + 1$

(இ)  $x \leq \Delta + 1$  (ஈ)  $x = \Delta$

If  $G$  is any graph then

(a)  $x = \Delta + 1$  (b)  $x \geq \Delta + 1$

(c)  $x \leq \Delta + 1$  (d)  $x = \Delta$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) எந்தவொரு ஹேமில்டோனியன் வரையும் 2-தொடுக்கப்பட்டவை என நிரூபி.

Prove that every hamiltonian graph is 2-connected.

Or

(ஆ)  $G$  என்பது தொடுக்கப்பட்டவை அல்ல எனில்  $\overline{G}$  தொடுக்கப்பட்டவை என நிரூபி.

If  $G$  is not connected then prove that  $\overline{G}$  is connected.

12. (அ) எந்தவொரு தொடுத்த வரையிலும் ஒரு விரிக்கும் மரம் இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that every connected graph has a spanning tree.

Or

(ஆ)  $G$  என்ற அற்பமற்ற எந்தவொரு மரத்திலும் படி 1 கொண்ட புள்ளிகள் குறைந்தபட்சம் இரண்டு இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that every non-trivial tree  $G$  has atleast two vertices of degree.

13. (அ)  $K_5$  என்ற வரை தளத்தில் வரையத்தக்கதல்ல என நிரூபி.

Prove that the graph  $K_5$  is not planar.

Or

Page 7 Code No. : 30343 B

(ஆ)  $G$  என்பது ஒவ்வொரு முகமும் ஒரு  $n$ -சுற்று எனக் கொண்ட  $(p, q)$  தள வரை எனில்  $q = \frac{n(p-2)}{n-2}$

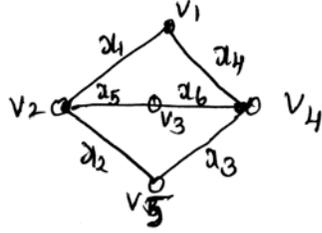
எனக்காட்டுக.

If  $G$  is a  $(p, q)$  plane graph in which every face is an  $n$  cycle then prove that  $q = \frac{n(p-2)}{n-2}$ .

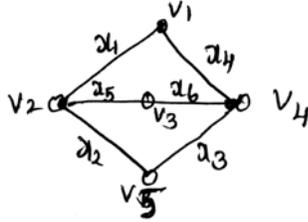
14. (அ) எந்தவொரு வரையும் வெட்டு வரை என நிரூபி.  
Prove that every graph is an intersection graph.

Or

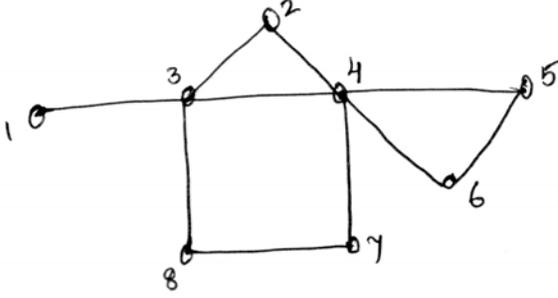
(ஆ) கீழ்க்கண்ட வரையின் அடுத்த அணி காண்



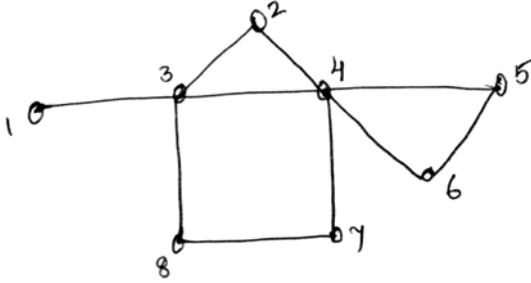
Write the adjacency matrix of the graph given below.



15. (அ) கீழ்க்கண்ட வரைக்கு வண்ண எண் 3 எனக் கொண்ட வண்ண பகுப்பு காண்.



Write the chromatic partitioning which has chromatic number 3 of the graph given below.



Or

- (ஆ)  $\lambda^4 - 3^3 + 3\lambda^2$  என்பது எந்த வரைக்கும் வண்ண பல்லுறுப்புக் கோவையாக அமையாது என நிரூபி.

Prove that  $\lambda^4 - 3^3 + 3\lambda^2$  cannot be the chromatic polynomial of any graph.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ)  $G$  என்ற ஒரு வரை தொடுக்கப்பட்டதாக இருந்தால் மற்றும் இருந்தால் மட்டுமே  $v$  -ஐ  $v_1$  மற்றும்  $v_2$  என்ற உட்கணங்களாக பிரிக்கும் எந்தவொரு பிரிப்பிலும்  $v_1$ -ல் ஒரு புள்ளியை  $v_2$ -ல் ஒரு புள்ளியையும் இணைக்கும் ஒரு கோடு இருக்கும் எனக்காட்டுக.

Prove that a graph  $G$  is connected iff for any partition of  $v$  into subsets  $v_1$  and  $v_2$  there is a line of  $G$  joining a point of  $v_1$  to point of  $v_2$ .

Or

- (ஆ) ஒரு வரை ஹேமில்டோனியனாக இருந்தால் மற்றும் இருந்தால் மட்டுமே அதன் மூடலும் ஹேமில்டோனியனாக இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that a graph is hamiltonian if its closure is hamiltonian.

17. (அ)  $G$  என்பது ஒரு  $(p, q)$  வரை என்க. எனில் கீழ்க்கண்ட கூற்றுகள் சமானமானவை என நிரூபி.

- (i)  $G$  ஒரு மரம்
- (ii)  $G$  -ன் எந்த இரு புள்ளிகளையும் ஒரு தனித்த பாதை இணைக்கும்
- (iii)  $G$  தொடுக்கப்பட்டது மற்றும்  $p = q + 1$
- (iv)  $G$  சுற்றற்றது மற்றும்  $p = q + 1$ .

Let  $G$  be a  $(p, q)$  graph. The following statements are equivalent

- (i)  $G$  is a tree
- (ii) Every two points of  $G$  are joined by a unique path
- (iii)  $G$  is connected and  $p = q + 1$
- (iv)  $G$  is cyclic and  $p = q + 1$ .

Or

(ஆ) எந்தவொரு மரத்தின் மையத்திலும் ஒரு புள்ளி அல்லது இரு அடுத்தடுத்த புள்ளிகள் இருக்கும் எனக்காட்டுக.

Prove that every tree has a centre consisting of either one point.

18. (அ) ஒரு வரையை கோளத்தின் மேற்பரப்பில் பதிக்க முடிந்தால் மற்றும் முடிந்தால் மட்டுமே அதை ஒரு தளத்தில் பதிக்க முடியும் என நிரூபி.

Prove that a graph can be embedded in the surface of a sphere iff it can be embedded in a plane.

Or

- (ஆ)  $p \geq 3$  புள்ளிகள் கொண்ட தளத்தில் வரையக்கூடிய வரையில் படி 6-ஐ விடக் குறைந்த புள்ளிகள் குறைந்தபட்சம் மூன்று இருக்கும் எனக்காட்டுக.

Prove that every planar graph  $G$  with  $p \geq 3$  points has atleast three points of degree less than 6.

19. (அ)  $G$  என்பது ஒரு  $(p, q)$ -வரை என்க. எனில்  $L(G)$  என்பது ஒரு  $(q, q_2)$ -வரை என நிரூபி. இதில்

$$q_L = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^p d_i^2 \right) - q \text{ ஆகும்.}$$

Let  $G$  be a  $(p, q)$  graph. Then prove that  $L(G)$  is a  $(q, q_2)$  graph where

$$q_L = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^p d_i^2 \right) - q .$$

Or

(ஆ)  $G_1$  என்பது ஒரு  $(p_1, q_1)$ -வரை மற்றும்  $G_2$  என்பது ஒரு  $(p_2, q_2)$  வரை என்க.

(i)  $G_1 \cup G_2$  ஒரு  $(p_1 + p_2, q_1 + q_2)$  வரை ஆகும்

(ii)  $G_1 + G_2$  ஒரு  $(p_1 + p_2, q_1 + q_2, p_1 p_2)$  வரை ஆகும்

(iii)  $G_1 \times G_2$  ஒரு  $(p_1 p_2, q_1 p_2 + q_2 p_1)$  வரை ஆகும்

(iv)  $G_1[G_2]$  ஒரு  $(p_1 p_2, p_1 q_2 + p_2^2 q_1)$  வரை ஆகும்.

Let  $G_1$  be a  $(p_1, q_1)$  graph and  $G_2$  be a  $(p_2, q_2)$  graph. Then prove that

(i)  $G_1 \cup G_2$  is a  $(p_1 + p_2, q_1 + q_2)$  graph

(ii)  $G_1 + G_2$  is a  $(p_1 + p_2, q_1 + q_2, p_1 p_2)$  graph

(iii)  $G_1 \times G_2$  is a  $(p_1 p_2, q_1 p_2 + q_2 p_1)$  graph

(iv)  $G_1[G_2]$  is a  $(p_1 p_2, p_1 q_2 + p_2^2 q_1)$  graph.

20. (அ)  $G$  என்ற ஒரு வரையில்  $M$  என்ற ஒரு பொருத்தம் மீப்பெரு பொருத்தமாய் இருந்தால் மற்றும் இருந்தால் மட்டுமே  $G$  -ல்  $M$  -பெருக்கும் பாதை இருக்காது என நிரூபி.

Prove that a matching  $M$  in a graph  $G$  is a maximum matching if and only if  $G$  contains no  $M$ -augmenting path.

Or

- (ஆ)  $K_{2n}$  என்ற முழுமையான வரையில் உள்ள கச்சிதமான பொருத்தங்களின் எண்ணிக்கை காண்.

Find the number of perfect matchings in the complete graph  $K_{2n}$ .

---

(8 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 30343 E      Sub. Code : JMMA 64/  
JMMC 64**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics/ Mathematics with CA – Main

GRAPH THEORY

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. The number of graphs a with four vertices having  
 $\deg(v_1) = 3$   $\deg(v_2) = 2$ ;  $\deg(v_3) = 2$ ;  $\deg(v_4) = 2$   
(a) 1                                      (b) 2  
(c) 3                                      (d) 0

2. The maximum number of lines among all  $p$  point graphs with no triangles is \_\_\_\_\_.

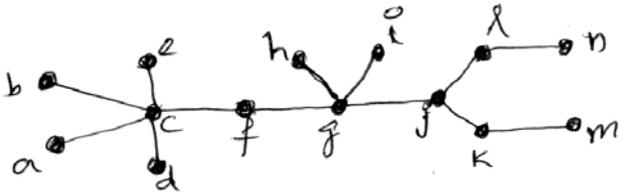
(a)  $\left[ \frac{p^2}{4} \right]$                       (b)  $\left[ \frac{p^2}{2} \right]$

(c)  $\left[ \frac{p^2}{3} \right]$                       (d)  $\left[ \frac{p^2}{6} \right]$

3. Support  $T$  is a tree with 10 points among which 3 are pendent points then the number of cut points in  $T$  is equal to

- (a) 3
- (b) 7
- (c) any number between 1 to 7
- (d) any number between 1 to 10

4. The centre(s) of the tree



- (a)  $f, g$                       (b)  $g, j$
- (c)  $h, i, g$                       (d)  $g$

5. If  $G$  is a maximal planar  $(p, q)$  graph then

(a)  $q = 3p + 6$                       (b)  $p = 3q - 6$

(c)  $p = \frac{q+6}{3}$                       (d)  $q = 3p - 4$

6. If a  $(p, q)$  graph  $G$  is self dual then

(a)  $q = 3p - 6$                       (b)  $q = 2p - 3$

(c)  $q = 2p - 2$                       (d)  $q = 3p + 6$

7. If  $G$  is a  $(p, q)$  graph then

(a)  $q \geq \binom{p}{2}$                       (b)  $q = \binom{p}{2}$

(c)  $q < \binom{p}{2}$                       (d)  $q \leq \binom{p}{2}$

8. A graph  $G$  is called a line graph if

(a)  $G \cong L(H)$  for some  $H$

(b)  $G \cong L(H)$  for all  $H$

(c)  $G \cong L(H)$  for one  $H$

(d)  $G \cong L(H)$  for two  $H$



13. (a) Prove that the graph  $K_5$  is not planar.

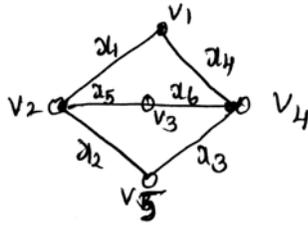
Or

(b) If  $G$  is a  $(p, q)$  plane graph in which every face is an  $n$  cycle then prove that  $q = \frac{n(p-2)}{n-2}$ .

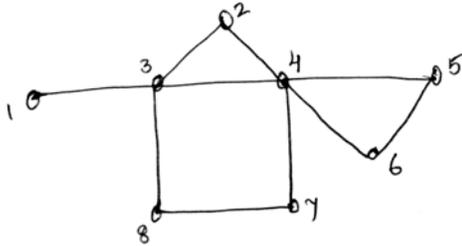
14. (a) Prove that every graph is an intersection graph.

Or

(b) Write the adjacency matrix of the graph given below.



15. (a) Write the chromatic partitioning which has chromatic number 3 of the graph given below.



Or

(b) Prove that  $\lambda^4 - 3^3 + 3\lambda^2$  cannot be the chromatic polynomial of any graph.

PART C — ( $5 \times 8 = 40$  marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Prove that a graph  $G$  is connected iff for any partition of  $v$  into subsets  $v_1$  and  $v_2$  there is a line of  $G$  joining a point of  $v_1$  to point of  $v_2$ .

Or

- (b) Prove that a graph is hamiltonian if its closure is hamiltonian.
17. (a) Let  $G$  be a  $(p, q)$  graph. The following statements are equivalent
- (i)  $G$  is a tree
  - (ii) Every two points of  $G$  are joined by a unique path
  - (iii)  $G$  is connected and  $p = q + 1$
  - (iv)  $G$  is cyclic and  $p = q + 1$ .

Or

- (b) Prove that every tree has a centre consisting of either one point.

18. (a) Prove that a graph can be embedded in the surface of a sphere iff it can be embedded in a plane.

Or

- (b) Prove that every planar graph  $G$  with  $p \geq 3$  points has at least three points of degree less than 6.

19. (a) Let  $G$  be a  $(p, q)$  graph. Then prove that  $L(G)$  is a  $(q, q_2)$  graph where  $q_L = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^p d_i^2 \right) - q$ .

Or

- (b) Let  $G_1$  be a  $(p_1, q_1)$  graph and  $G_2$  be a  $(p_2, q_2)$  graph. Then prove that

- (i)  $G_1 \cup G_2$  is a  $(p_1 + p_2, q_1 + q_2)$  graph
- (ii)  $G_1 + G_2$  is a  $(p_1 + p_2, q_1 + q_2, p_1 p_2)$  graph
- (iii)  $G_1 \times G_2$  is a  $(p_1 p_2, q_1 p_2 + q_2 p_1)$  graph
- (iv)  $G_1[G_2]$  is a  $(p_1 p_2, p_1 q_2 + p_2^2 q_1)$  graph.

20. (a) Prove that a matching  $M$  in a graph  $G$  is a maximum matching if and only if  $G$  contains no  $M$ -augmenting path.

Or

- (b) Find the number of perfect matchings in the complete graph  $K_{2n}$ .
-

Reg. No. : .....

Code No. : 30369 B Sub. Code : JMMA 6 A

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics –Main

Major Elective-III — FUZZY MATHEMATICS

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. கொடுக்கப்பட்ட கணம்  $A$  யின் எல்லா குடும்ப உட்கணங்களும் என்பது  
(அ)  $A$  யின் அடுக்கு கணம்  
(ஆ)  $A$  யின் தொடர் நிரப்பி  
(இ)  $A$  யின் பண்பியல் சார்பு  
(ஈ) இவற்றில் எதுவுமில்லை

The family of all subsets of a given set  $A$  is called the \_\_\_\_\_.

- (a) power set of  $A$
- (b) relative complement of  $A$
- (c) characteristic function of  $A$
- (d) none

2.  $A$  என்ற கணத்தின் இரு வேறுப்பட்ட வெற்றில்லா உட்கணங்களின் குடும்பம்

- (அ)  $A$  யின் பிரிப்பு
- (ஆ)  $A$  யின் கார்டீசியன் பெருக்கல்
- (இ) கூட்டு குடும்பம்
- (ஈ) இவற்றில் எதுவுமில்லை

A family of pairwise disjoint non empty subsets of a set  $A$  is called \_\_\_\_\_.

- (a) a partition of  $A$
- (b) cartesian product of  $A$
- (c) nested family
- (d) none of these

3. எந்தவொரு  $A \in \mathcal{F}(x)$

- (அ)  ${}^\alpha A = {}^\alpha \cap A$       (ஆ)  ${}^\alpha A = {}^{\alpha+} A$
- (இ)  ${}^\alpha A = \bigcap_{\beta < \alpha} {}^\beta A$       (ஈ)  ${}^\alpha A = \bigcup_{\beta < \alpha} {}^\beta A$

For  $A \in \mathcal{F}(X)$  \_\_\_\_\_.

(a)  ${}^\alpha A = {}^\alpha \cap A$       (b)  ${}^\alpha A = {}^{\alpha+} A$

(c)  ${}^\alpha A = \bigcap_{\beta < \alpha} {}^\beta A$       (d)  ${}^\alpha A = \bigcup_{\beta < \alpha} {}^\beta A$

4.  $f : X \rightarrow Y$  என்பது நிலையற்ற சார்பு எனில், எந்தவொரு  $A_i \in \mathcal{F}(X), i \in I$  மற்றும்  $B_i \in \mathcal{F}(X), B_1 \leq B_2$  ஆக இருந்தால்

(அ)  $f^{-1}(B_1) \subseteq f^{-1}(B_2)$

(ஆ)  $f^{-1}(B_1) \supseteq f^{-1}(B_2)$

(இ)  $f^{-1}(B_1) = f^{-1}(B_2)$

(ஈ)  $f^{-1}(B_1) \subset f^{-1}(B_2)$

Let  $f : X \rightarrow Y$  be an arbitrary crisp function then for any  $A_i \in \mathcal{F}(X), i \in I$  and  $B_i \in \mathcal{F}(X)$  if  $B_1 \leq B_2$  then \_\_\_\_\_.

(a)  $f^{-1}(B_1) \subseteq f^{-1}(B_2)$

(b)  $f^{-1}(B_1) \supseteq f^{-1}(B_2)$

(c)  $f^{-1}(B_1) = f^{-1}(B_2)$

(d)  $f^{-1}(B_1) \subset f^{-1}(B_2)$

5. எந்த ஒரு  $A, B \in \mathbb{R}, A \leq B$

(அ)  ${}^{\alpha}A \leq {}^{\alpha}B$

(ஆ)  ${}^{\alpha}A < {}^{\alpha}B$

(இ)  ${}^{\alpha}A = {}^{\alpha}B$

(ஈ) இவற்றில் எதுவுமில்லை

For any  $A, B \in \mathbb{R}, A \leq B$ , \_\_\_\_\_.

(a)  ${}^{\alpha}A \leq {}^{\alpha}B$

(b)  ${}^{\alpha}A < {}^{\alpha}B$

(c)  ${}^{\alpha}A = {}^{\alpha}B$

(d) None

6. ஒவ்வொரு மாறாமென் நிரப்பியும் கொண்டிருப்பது

(அ) அதிகபட்சம் ஒரு சமநிலை

(ஆ) குறைந்தபட்சம் ஒரு சமநிலை

(இ) ஒரு சமநிலை

(ஈ) இவற்றில் எதுவுமில்லை

Every fuzzy complement has \_\_\_\_\_.

(a) atmost one equilibrium

(b) atleast one equilibrium

(c) equal to one equilibrium

(d) none

7.  $W = \langle .3, .1, .2, .4 \rangle$  எனில்  $h_w(.6, .9, .2, .7) =$

(அ) .54

(ஆ) 5.4

(இ) 45

(ஈ) 4.5

If  $W = \langle .3, .1, .2, .4 \rangle$  then  $h_w(.6, .9, .2, .7) =$

(a) .54

(b) 5.4

(c) 45

(d) 4.5

8.  $A = [2, 5]$  மற்றும்  $B = [1, 3]$  எனில்  $A + B =$

(அ) [3, 8]

(ஆ) [5, 6]

(இ) [7, 4]

(ஈ) [2, 15]

If  $A = [2, 5]$ ,  $B = [1, 3]$  then  $A + B =$  \_\_\_\_\_.

(a) [3, 8]

(b) [5, 6]

(c) [7, 4]

(d) [2, 15]

9. எந்தவொரு வெக்டர்  $X = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$  ன் படி  
\_\_\_\_\_ என குறிக்கப்படுகிறது.

(அ)  $D_i(X)$

(ஆ)  $B_i(X)$

(இ)  $Z_i(X)$

(ஈ)  $d_i(X)$

For each vector  $X = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ , the degree is denoted by \_\_\_\_\_.

(a)  $D_i(X)$

(b)  $d_i(X)$

(c)  $B_i(X)$

(d)  $Z_i(X)$

10.  $S(x_i, x_j) =$

(அ)  $\frac{N(x_i, x_j)}{n}$

(ஆ)  $N(x_i, x_j) n$

(இ)  $N(x_i, x_j)$

(ஈ)  $\frac{N(x_i, x_j)}{2n}$

$S(x_i, x_j) =$  \_\_\_\_\_.

(a)  $\frac{N(x_i, x_j)}{n}$

(b)  $N(x_i, x_j) n$

(c)  $N(x_i, x_j)$

(d)  $\frac{N(x_i, x_j)}{2n}$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) மாறாமென் கணத்திற்கான கருத்தை விவரி.

Describe the concept of fuzzy set.

Or

- (ஆ) குவிவு கணத்தை வரையறு. குவிவு கணத்திற்கும் குவிவு அல்லாத கணத்திற்கும் எடுத்துக்காட்டு கொடு.

Define convex set. Give an example of convex set and non convex set.

12. (அ)  $A, B \in \mathcal{F}(X)$  என்க. எந்தவொரு  $\alpha, \beta \in [0, 1]$ ,  
 ${}^\alpha(A \cup B) = {}^\alpha A \cup {}^\alpha B$  என நிறுவுக.

Let  $A, B \in \mathcal{F}(X)$  then prove that  
 ${}^\alpha(A \cup B) = {}^\alpha A \cup {}^\alpha B$  for all  $\alpha, \beta \in [0, 1]$ .

Or

- (ஆ)  $f : X \rightarrow Y$  என்பது நிலையற்ற சார்பு என்க.  
ஏதாவது  $A \in \mathcal{F}(X)$  ஒரு நீட்டிப்பு கொள்கையால்  
மாறாமென் ஆக்கப்பட்ட  $f$  ஆனது  
 $f(A) = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} f({}_\alpha A)$  என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு  
செய்யும் என நிறுவுக.

Let  $f : X \rightarrow Y$  be a arbitrary function then prove that for any  $A \in \mathcal{F}(X)$ ,  $f$  fuzzified by the extension principle satisfies the equation

$$f(A) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} f(\alpha A).$$

13. (அ) மாறாமென் நிரப்பியின் முதல் மற்றும் இரண்டாம் வகைப்படுத்தல் தேற்றத்தை எழுதுக.

State first and second characterization theorem of fuzzy complements.

Or

- (ஆ)  $i_{\min}(a, b) \leq i_w(a, b) \leq \min(a, b)$  நிரூபி.

Prove that  $i_{\min}(a, b) \leq i_w(a, b) \leq \min(a, b)$ .

14. (அ) மூடிய இடைவெளியில் நான்கு எண்கணித செயல்பாடு கொள்கைகளை எழுதுக.

Define four arithmetic operations in a closed intervals.

Or

$$(ஆ) A(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } x \leq -1 \text{ and } x > 3 \\ \frac{x+1}{2}, & \text{for } -1 < x \leq 1 \\ \frac{3-x}{2}, & \text{for } 1 < x \leq 3 \end{cases} \quad \text{மற்றும்}$$

$$B(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } x \leq 1 \text{ and } x > 5 \\ \frac{x-1}{2}, & \text{for } 1 < x \leq 3 \\ \frac{5-x}{2}, & \text{for } 3 < x \leq 5 \end{cases} \quad \text{எனில்}$$

அவைகளுடைய  $\alpha$  -வெட்டு காண்க.

$$\text{If } A(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } x \leq -1 \text{ and } x > 3 \\ \frac{x+1}{2}, & \text{for } -1 < x \leq 1 \\ \frac{3-x}{2}, & \text{for } 1 < x \leq 3 \end{cases} \quad \text{and}$$

$$B(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } x \leq 1 \text{ and } x > 5 \\ \frac{x-1}{2}, & \text{for } 1 < x \leq 3 \\ \frac{5-x}{2}, & \text{for } 3 < x \leq 5 \end{cases}$$

find their  $\alpha$  -cuts.

15. (அ) மாறாமென் நேரிய செயல்திட்ட கணக்கை வரையறு.

Define fuzzy linear programming problem.

Or

(ஆ) கீழ்க்காணும் நேரிய செயல்திட்ட கணக்கை வரைபட முறையில் தீர்க்க.

மீச்சிறிதாக்கு  $Z = x_1 - 2x_2$  கட்டுப்பாடுகள்

$$3x_1 - x_2 \geq 1,$$

$$2x_1 + x_2 \leq 6,$$

$$0 \leq x_2 \leq 2,$$

$$0 \leq x_1$$

Solve the following by graphical method

$$\text{Min } Z = x_1 - 2x_2$$

subject to  $3x_1 - x_2 \geq 1,$

$$2x_1 + x_2 \leq 6,$$

$$0 \leq x_2 \leq 2,$$

$$0 \leq x_1$$

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (அ) கன செயல்பாட்டின் ஏதாவது எட்டு கோட்பாட்டை எழுதுக.

Write any eight fundamental properties of crisp set operations.

Or

(ஆ) மாறாமென் கணம்  $A$  ஆனது  $\mathbb{R}$  ன் மேல் குவிவு எனில், எந்தவொரு  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  மற்றும்  $\lambda \in [0, 1]$   $A(\lambda x + (1 - \lambda)x_2) \geq \min[A(x_1), A(x_2)]$  என நிறுவுக. இதன் மறுதலையையும் நிறுவுக.

Prove that a fuzzy set  $A$  on  $\mathbb{R}$  is convex iff  $A(\lambda x + (1 - \lambda)x_2) \geq \min[A(x_1), A(x_2)]$  for all  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  and all  $\lambda \in [0, 1]$ .

17. (அ)  $f : X \rightarrow Y$  என்பது நிலையற்ற சார்பு என்க. ஏதாவது ஒரு  $A \in \mathcal{F}(X)$ , நீட்டிப்பு கொள்கையால் மாறாமென் ஆக்கப்பட்ட  $f$  ஆனது  ${}^{\alpha+}[f(A)] = f({}^{\alpha+}A)$  என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் என நிறுவுக.

Let  $f : X \rightarrow Y$  be an arbitrary crisp function. Then for any  $A \in \mathcal{F}(X)$ ,  $f$  fuzzified by the extension principle satisfies the equation  ${}^{\alpha+}[f(A)] = f({}^{\alpha+}A)$ .

Or

(ஆ)  $A, B \in \mathcal{F}(X)$ , எனில்  ${}^{\alpha}(A \cap B) = {}^{\alpha}A \cap {}^{\alpha}B$  என்பதை நிரூபி.

Let  $A, B \in \mathcal{F}(X)$ , then prove that  ${}^{\alpha}(A \cap B) = {}^{\alpha}A \cap {}^{\alpha}B$ .

18. (அ)  $\langle i, u, c \rangle$  ல்  $i, u, c$  ஆகியன நடுத்தர நீக்கப்பட்ட விதி மற்றும் முரண்பாட்டு விதியை நிறைவு செய்யும் என நிறுவுக.  
Prove that  $\langle i, u, c \rangle$  satisfies the law of excluded middle and the law of contradiction.

Or

- (ஆ)  $c$  என்பது தொடர்ச்சியான மாறாமென் நிரப்பி எனில்  $c$  ஆனது தனி சமநிலையில் இருக்கும் என நிறுவுக.  
Prove that if  $c$  is a continuous fuzzy complement then  $c$  has a unique equilibrium.

19. (அ)  $MIN(A, B) = MIN(B, A)$  மற்றும்  $MAX(A, B) = MAX(B, A)$  என நிரூபி.  
Prove that  $MIN(A, B) = MIN(B, A)$  and  $MAX(A, B) = MAX(B, A)$ .

Or

- (ஆ) மாறாமென் சமன்பாட்டை பற்றி விவரி.  
Explain about fuzzy equations.

20. (அ) குழுவாக முடிவெடுத்தல் பற்றி விவரி.  
Explain about multiperson decision making.

Or

- (ஆ) தனியாக முடிவெடுத்தல் பற்றி விவரி.  
Explain about individual decision making.

(7 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 30369 E    Sub. Code : JMMA 6 A**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics –Main

Major Elective-III — FUZZY MATHEMATICS

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. The family of all subsets of a given set  $A$  is called the \_\_\_\_\_.
  - (a) power set of  $A$
  - (b) relative complement of  $A$
  - (c) characteristic function of  $A$
  - (d) none

2. A family of pairwise disjoint non empty subsets of a set  $A$  is called \_\_\_\_\_.
- (a) a partition of  $A$   
 (b) cartesian product of  $A$   
 (c) nested family  
 (d) none of these
3. For  $A \in \mathcal{F}(x)$  \_\_\_\_\_.
- (a)  ${}^\alpha A = {}^\alpha \cap A$                       (b)  ${}^\alpha A = {}^{\alpha+} A$   
 (c)  ${}^\alpha A = \bigcap_{\beta < \alpha} {}^\beta A$                       (d)  ${}^\alpha A = \bigcup_{\beta < \alpha} {}^\beta A$
4. Let  $f : X \rightarrow Y$  be an arbitrary crisp function then for any  $A_i \in \mathcal{F}(X), i \in I$  and  $B_i \in \mathcal{F}(X)$  if  $B_1 \leq B_2$  then \_\_\_\_\_.
- (a)  $f^{-1}(B_1) \subseteq f^{-1}(B_2)$   
 (b)  $f^{-1}(B_1) \supseteq f^{-1}(B_2)$   
 (c)  $f^{-1}(B_1) = f^{-1}(B_2)$   
 (d)  $f^{-1}(B_1) \subset f^{-1}(B_2)$
5. For any  $A, B \in \mathbb{R}, A \leq B$ , \_\_\_\_\_.
- (a)  ${}^\alpha A \leq {}^\alpha B$                       (b)  ${}^\alpha A < {}^\alpha B$   
 (c)  ${}^\alpha A = {}^\alpha B$                       (d) None

6. Every fuzzy complement has \_\_\_\_\_.
- (a) atmost one equilibrium  
 (b) atleast one equilibrium  
 (c) equal to one equilibrium  
 (d) none
7. If  $W = \langle .3, .1, .2, .4 \rangle$  then  $h_w(.6, .9, .2, .7) =$
- (a) .54                      (b) 5.4  
 (c) 45                        (d) 4.5
8. If  $A = [2, 5], B = [1, 3]$  then  $A + B =$  \_\_\_\_\_.
- (a) [3, 8]                    (b) [5, 6]  
 (c) [7, 4]                    (d) [2, 15]
9. For each vector  $X = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ , the degree is denoted by \_\_\_\_\_.
- (a)  $D_i(X)$                 (b)  $d_i(X)$   
 (c)  $B_i(X)$                 (d)  $Z_i(X)$

10.  $S(x_i, x_j) = \text{—————}$ .

(a)  $\frac{N(x_i, x_j)}{n}$

(b)  $N(x_i, x_j) n$

(c)  $N(x_i, x_j)$

(d)  $\frac{N(x_i, x_j)}{2n}$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (a) Describe the concept of fuzzy set.

Or

(b) Define convex set. Give an example of convex set and non convex set.

12. (a) Let  $A, B \in \mathcal{F}(X)$ , then prove that  ${}^\alpha(A \cup B) = {}^\alpha A \cup {}^\alpha B$  for all  $\alpha, \beta \in [0, 1]$ .

Or

(b) Let  $f : X \rightarrow Y$  be an arbitrary function then prove that for any  $A \in \mathcal{F}(X)$ ,  $f$  fuzzified by the extension principle satisfies the equation  $f(A) = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} f({}_\alpha A)$ .

13. (a) State first and second characterization theorem of fuzzy complements.

Or

- (b) Prove that  $i_{\min}(a, b) \leq i_w(a, b) \leq \min(a, b)$ .

14. (a) Define four arithmetic operations in a closed intervals.

Or

(b) If  $A(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } x \leq -1 \text{ and } x > 3 \\ \frac{x+1}{2}, & \text{for } -1 < x \leq 1 \\ \frac{3-x}{2}, & \text{for } 1 < x \leq 3 \end{cases}$  and

$$B(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } x \leq 1 \text{ and } x > 5 \\ \frac{x-1}{2}, & \text{for } 1 < x \leq 3 \\ \frac{5-x}{2}, & \text{for } 3 < x \leq 5 \end{cases}$$

find their  $\alpha$ -cuts.

15. (a) Define fuzzy linear programming problem.

Or

- (b) Solve the following by graphical method

$$\text{Min } Z = x_1 - 2x_2$$

$$\text{subject to } 3x_1 - x_2 \geq 1,$$

$$2x_1 + x_2 \leq 6,$$

$$0 \leq x_2 \leq 2,$$

$$0 \leq x_1$$

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (a) Write any eight fundamental properties of crisp set operations.

Or

- (b) Prove that a fuzzy set  $A$  on  $\mathbb{R}$  is convex iff  $A(\lambda x + (1 - \lambda)x_2) \geq \min[A(x_1), A(x_2)]$  for all  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  and all  $\lambda \in [0, 1]$ .

17. (a) Let  $f : X \rightarrow Y$  be an arbitrary crisp function. Then for any  $A \in \mathcal{F}(X)$ ,  $f$  fuzzified by the extension principle satisfies the equation  ${}^{\alpha+}[f(A)] = f({}^{\alpha+}A)$ .

Or

- (b) Let  $A, B \in \mathcal{F}(X)$ , then prove that  ${}^{\alpha}(A \cap B) = {}^{\alpha}A \cap {}^{\alpha}B$ .

18. (a) Prove that  $\langle i, u, c \rangle$  satisfies the law of excluded middle and the law of contradiction.

Or

- (b) Prove that if  $c$  is a continuous fuzzy complement then  $c$  has a unique equilibrium.

19. (a) Prove that  $MIN(A, B) = MIN(B, A)$  and  $MAX(A, B) = MAX(B, A)$ .

Or

- (b) Explain about fuzzy equations.

20. (a) Explain about multiperson decision making.

Or

- (b) Explain about individual decision making.
-

(6 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 30370 E    Sub. Code : JMMA 6 B**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics – Main

Major Elective – III : ASTRONOMY – II

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. In May 15, The value of  $E$  \_\_\_\_\_  
(a)  $-14^m 21^s$                       (b)  $+3^m 45^s$   
(c)  $-6^m 22^s$                       (d)  $+16^m 22^s$
  
2. In  $E = E_1 + E_2$  where  $E_1$  is called the equation of time due to \_\_\_\_\_  
(a) Eccentricity                      (b) Obliquity  
(c) Acuity                              (d) None

3. Lunar month is about \_\_\_\_\_ days
- (a)  $28\frac{1}{2}$                       (b)  $29\frac{1}{2}$
- (c)  $30\frac{1}{2}$                       (d)  $31\frac{1}{2}$
4. If elongation is  $90^\circ$ , then the moon is said to be \_\_\_\_\_
- (a) Conjunction                      (b) Opposition
- (c) Quadratures                      (d) None
5. The minor lunar ecliptic limit is \_\_\_\_\_
- (a)  $18^\circ 31'$                       (b)  $15^\circ 24'$
- (c)  $12^\circ 5'$                       (d)  $9^\circ 30'$
6. The minimum number of eclipses in a year is
- (a) 2                      (b) 7
- (c) 3                      (d) 5
7. The inner planets are \_\_\_\_\_
- (a) Mars, Jupiter                      (b) Mercury, Venus
- (c) Saturn, Uranus                      (d) Neptune, Pluto

8. The maximum elongation is  $\theta =$ —————

(a)  $\sin^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$                       (b)  $\cos^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

(c)  $\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$                       (d)  $\cot^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

9. ————— is the simplest form of sundial

(a) Horizontal                      (b) Equatorial

(c) Zenith Sector                      (d) None

10. ————— is a simple instrument used by Greeks and ancient Hindus.

(a) Telescope                      (b) Microscope

(c) Sundial                      (d) Moondial

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Express in sidereal time an interval of  $16^h 18^m 24^s$  of mean time.

Or

- (b) If  $\odot$  is the sun's longitude, prove that  
$$\cot E_2 = \cot 2 \odot + \operatorname{cosec} 2 \odot \cot^3 \frac{w}{2}.$$

12. (a) Lunar liberations – Explain.

Or

- (b) Find the horizontal parallax of moon by meridian observation.

13. (a) Prove that the maximum number of eclipses in a year is 7.

Or

- (b) Find the condition for the totality of lunar eclipse.

14. (a) Explain Bode's Law.

Or

- (b) Find the relation between the sidereal and synodic periods of a planet.

15. (a) What is a spectroscope. Explain its uses.

Or

- (b) Derive the latitude of a place.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b)

16. (a) If  $t_1, t_2$  are the hourly variations in the equations of time when the sun is at perigee and apogee show that  $e = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + t_2} \tan^2 \frac{w}{2}$ , assuming that the equinoctial line to be perpendicular to the apse line of earth's orbit.

Or

- (b) Prove that  $E = -2e \sin(l - k) + \tan^2 \frac{w}{2} \sin 2l$  with usual notation.

17. (a) Discuss the different phases of moon.

Or

- (b) Prove that the phase of the moon  $= \frac{1 - \cos \theta}{2}$ .

18. (a) Prove that the length of the earth's shadow is 215 time the radius of the earth.

Or

- (b) Derive the condition for the occurrences of lunar and solar eclipses.

19. (a) Find the different phases of a planet in one synodic revolution.

Or

- (b) Prove that the phase of a planet =  $\frac{1 + \cos \theta}{2}$ .

20. (a) Explain constellations.

Or

- (b) Write short notes on

- (i) Helio meter
  - (ii) Chronograph
  - (iii) Radio telescope.
-

(6 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 30371 E    Sub. Code : JMMA 6 C/  
SEMA 6 C**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics – Main

Major Elective – III – MATHEMATICAL MODELLING

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. The radio-active decay for white lead is

- \_\_\_\_\_
- (a) 4 Years
  - (b) 8 Years
  - (c) 11 Years
  - (d) 22 Years

2. The time period for simple harmonic motion is \_\_\_\_\_

(a)  $2\pi\sqrt{\frac{a}{g}}$                       (b)  $2\pi\sqrt{\frac{g}{a}}$

(c)  $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{a}{g}}$                       (d)  $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{a}}$

3. In SIS-Model,  $\frac{ds}{dt} =$  \_\_\_\_\_

(a)  $\beta SI + \gamma I$                       (b)  $-\beta SI + \gamma I$

(c)  $\beta SI - \gamma I$                       (d)  $-\beta SI - \gamma I$

4. In Domar Macro Model,  $I(t) =$  \_\_\_\_\_

(a)  $Y(t)$                                   (b)  $-Y(t)$

(c)  $S(t)$                                   (d)  $-S(t)$

5. The acceleration of the planet towards the sun is \_\_\_\_\_

(a)  $\frac{GS}{r^2}$                                   (b)  $\frac{GP}{r^2}$

(c)  $\frac{\mu}{r^2}$                                   (d)  $\frac{\mu}{r}$

6. If  $e=1$  , then the path is \_\_\_\_\_
- (a) Parabola                      (b) Hyperbola  
(c) Ellipse                          (d) None of these
7. In the inverse square law, central force  $F=$   
\_\_\_\_\_
- (a)  $\frac{\mu}{r}$                               (b)  $\frac{\mu}{r^2}$   
(c)  $\frac{r}{\mu}$                               (d)  $\frac{r^2}{\mu}$
8. In Samuelson's Interaction Models,  $Y(t)=$   
\_\_\_\_\_
- (a)  $C(t)$                             (b)  $I(t)$   
(c)  $C(t)+I(t)$                     (d)  $C(t)-I(t)$
9. A graph in which every pair of its vertices is joined  
by an edge is called \_\_\_\_\_
- (a) Digraph                          (b) Regular  
(c) Complete                          (d) Signed graph
10. The Euler's formula for a polygonal graph is  
\_\_\_\_\_
- (a)  $V+E+F=2$                     (b)  $V+E-F=2$   
(c)  $V-E+F=2$                     (d)  $V-E-F=2$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (a) Find the orthogonal trajectories of

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} = 1, \lambda - \text{parameter.}$$

Or

- (b) Explain population growth Models.

12. (a) Explain the stability of Market Equilibrium.

Or

- (b) Discuss Domar Macro Model.

13. (a) State and prove Kepler's third law of planetary motion.

Or

- (b) Discuss the circular motion of satellites.

14. (a) Derive the Harrod Model.

Or

- (b) Discuss the Samuelson's Interaction Models.

15. (a) Write a note on balance of signed graphs.

Or

- (b) Define planar graphs and draw two non planar graphs.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b)  
Each answer should not exceed 600 words.

16. (a) Discuss the motion of a rocket when gravity is taken into account.

Or

- (b) Derive the equation of Simple Harmonic Motion.

17. (a) Derive Richardson's Model for Arms Race.

Or

- (b) Prove that  $S(t) = \frac{n(n+1)}{n + e^{(n+1)\beta t}}$  and

$I(t) = \frac{(n+1)e^{(n+1)\beta t}}{n + e^{(n+1)\beta t}}$  for simple Epidemic Model.

18. (a) Prove that the radial and trasverse components of acceleration are  $r'' - r\theta'^2$  and  $\frac{1}{r} \frac{d}{dt}(r^2\theta')$ .

Or

- (b) Prove that  $\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = \frac{F}{h^2 u^2}$ .

19. (a) State and prove Hardy-Weinberg Law.

Or

(b) Define the Cobweb Model.

20. (a) Explain the application of Directed graph to detection of cliques.

Or

(b) Discuss the weighted digraphs and Markov chains.

---

Reg. No. : .....

Code No. : 30578 B Sub. Code : SMMA 61

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics – Core

COMPLEX ANALYSIS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1.  $f(z) = z^2$  எனில்  $u(x, y)$  ன் மதிப்பு

(அ)  $x^2 + y^2$  (ஆ)  $x^2 - y^2$

(இ)  $2xy$  (ஈ)  $x + iy$

If  $f(z) = z^2$ , then the value of  $u(x, y)$

(a)  $x^2 + y^2$  (b)  $x^2 - y^2$

(c)  $2xy$  (d)  $x + iy$

2.  $f(z) = z \operatorname{Im} z$  எனும் சார்பு எந்த புள்ளியில் வகையிடத்தக்கது

(அ)  $z$  (ஆ)  $0$

(இ) அனைத்து புள்ளிகள் (ஈ) ஏதுமில்லை

$f(z) = z \operatorname{Im} z$  is differentiable at \_\_\_\_\_.

(a)  $z$  (b)  $0$

(c) all point (d) none

3.  $f(z) = \frac{1}{z}$  மற்றும்  $C$  என்பது  $|z| = r$  எனும் வட்டம் எனில்

$\int_C f(z) dz$  ன் மதிப்பு

(அ)  $0$  (ஆ)  $2\pi i$

(இ)  $-2\pi i$  (ஈ)  $4\pi i$

If  $\int_C f(z) dz$  where  $f(z) = \frac{1}{z}$  and  $C$  is the circle

$|z| = r$ , then  $\int_C f(z) dz =$  \_\_\_\_\_.

(a)  $0$  (b)  $2\pi i$

(c)  $-2\pi i$  (d)  $4\pi i$

4.  $f$  என்பது ஒரு சாதாரண மூடிய வளைவின் அனைத்து புள்ளிகளிலும் பகுப்பு சார்பு எனில்  $\int_C f(z)dz$  ன் மதிப்பு

- (அ)  $2\pi i$                       (ஆ)  $\pi i$   
 (இ)  $0$                               (ஈ)  $-2\pi i$

If  $f$  a function which is analytic at all points inside and on a simple closed curve  $C$ , then  $\int_C f(z)dz =$

- \_\_\_\_\_.
- (a)  $2\pi i$                       (b)  $\pi i$   
 (c)  $0$                               (d)  $-2\pi i$

5.  $1 + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \dots + \frac{z^n}{n!} + \dots = ?$

- (அ)  $e^{-z}$                       (ஆ)  $e^z$   
 (இ)  $\frac{1}{z}$                               (ஈ)  $-\frac{1}{z}$

$1 + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \dots + \frac{z^n}{n!} + \dots = ?$

- (a)  $e^{-z}$                       (b)  $e^z$   
 (c)  $\frac{1}{z}$                               (d)  $-\frac{1}{z}$

6.  $f(z) = \frac{z+1}{z^2-2z}$  ன் துருவங்கள்

(அ) 0, 2 (ஆ) 0, 1

(இ) 0, -1 (ஈ) 0, -2

The poles of  $f(z) = \frac{z+1}{z^2-2z}$

(a) 0, 2 (b) 0, 1

(c) 0, -1 (d) 0, -2

7.  $f(z) = \frac{-2i}{z^2+4z+1}$  எனில்  $\text{Res}\{f(z); -2+\sqrt{3}\} = ?$

(அ)  $\frac{i}{\sqrt{3}}$  (ஆ)  $\frac{-i}{\sqrt{3}}$

(இ)  $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$  (ஈ)  $\frac{-2\pi}{\sqrt{3}}$

If  $f(z) = \frac{-2i}{z^2+4z+1}$ , then  $\text{Res}\{f(z); -2+\sqrt{3}\} = ?$

(a)  $\frac{i}{\sqrt{3}}$  (b)  $\frac{-i}{\sqrt{3}}$

(c)  $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$  (d)  $\frac{-2\pi}{\sqrt{3}}$

8.  $\int_{|z|=1} \frac{dz}{z^2 e^z}$  ன் மதிப்பு

(அ)  $2\pi i$

(ஆ)  $-2\pi i$

(இ)  $\pi i$

(ஈ)  $-\pi i$

The value of  $\int_{|z|=1} \frac{dz}{z^2 e^z}$

(a)  $2\pi i$

(b)  $-2\pi i$

(c)  $\pi i$

(d)  $-\pi i$

9.  $w = \frac{1+z}{1-z}$  என் உருமாற்றத்தின் நிலைப்புள்ளிகள்

(அ)  $i, -i$

(ஆ)  $0, i$

(இ)  $0, -i$

(ஈ)  $i, 2i$

The fixed points of the transformation  $w = \frac{1+z}{1-z}$

(a)  $i, -i$

(b)  $0, i$

(c)  $0, -i$

(d)  $i, 2i$

10. ஒரே ஒரு நிலைப்புள்ளியைக் கொண்ட (ஈறொருபடி) இரட்டை ஒரு படி உருமாற்றம் என்பது

(அ) பரவளைவு (ஆ) அதிபரவளைவு

(இ) நேர்கோடு (ஈ) நீள்வட்டம்

A bilinear transformation with only one finite fixed point is called \_\_\_\_\_.

(a) parabolic (b) hyperbolic

(c) straight line (d) elliptic

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (அ)  $f(z) = z^3$  எனும் சார்பின் CR சமன்பாட்டை சரிபார்க்க.

Verify CR equations for the function  $f(z) = z^3$ .

Or

(ஆ) ஒரு பகுதியின் மட்டு மாறிலியைக் கொண்ட பகுப்பு சார்பு மாறிலி என நிறுவுக.

Prove that an analytic function in a region with constant modulus is constant.

12. (அ)  $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$  என நிறுவுக.

Prove that  $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$ .

Or

(ஆ)  $C$  என்பது நேர்மறை சார்ந்த வட்டம்  $|z - i| = 2$

எனில்  $\int_C \frac{e^z}{z^2 + 4} dz$  ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate  $\int_C \frac{e^z}{z^2 + 4} dz$  where  $C$  is positively oriented circle  $|z - i| = 2$ .

13. (அ)  $z = 1$  ஐ பொருத்து,  $f(z) = \frac{1}{z}$  என்பதின் டெய்லர் தொடர் விரிவாக்கத்தினைக் காண்க.

Find the Taylor's series expansion for  $f(z) = \frac{1}{z}$  about  $z = 1$ .

Or

(ஆ)  $\frac{ze^z}{(z-1)^3}$  என்பதன் எச்சத்தை அதன் துருவங்களில் காண்க.

Find the residue of  $\frac{ze^z}{(z-1)^3}$  at its pole.

14. (அ)  $C$  என்பது  $|z|=2$  எனில்  $\int_C \frac{dz}{2z+3}$  ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate  $\int_C \frac{dz}{2z+3}$  where  $C$  is  $|z|=2$ .

Or

(ஆ) மதிப்பிடுக  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5+4\sin\theta}$ .

Evaluate  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5+4\sin\theta}$ .

15. (அ)  $z_1 = 2, z_2 = i, z_3 = -2$  என்ற புள்ளிகளின்  $w_1 = 1, w_2 = i, w_3 = -1$  என்பன முறையே ஈற்றொருபடி உருமாற்றம் காண்க.

Find the bilinear transformation which maps the points  $z_1 = 2, z_2 = i, z_3 = -2$ , onto  $w_1 = 1, w_2 = i, w_3 = -1$  respectively.

Or

(ஆ)  $w = \frac{1}{z - 2i}$  என்பதன் நிலைப்புள்ளியைக் காண்க.

Find the fixed points of  $w = \frac{1}{z - 2i}$ .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions.

16. (அ)  $r > 0$  மற்றும்  $0 < \theta < 2\pi$  எனில்

$$f(z) = \sqrt{r} \left( \cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2} \right) \text{ என்பது}$$

வகையிடத்தக்கது என நிறுவுக. மேலும்  $f'(z)$  ஐ காண்க.

Show that  $f(z) = \sqrt{r} \left( \cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2} \right)$  where  $r > 0$  and  $0 < \theta < 2\pi$  is differentiable and find  $f'(z)$ .

Or

(ஆ)  $f(z)$  என்பது பகுப்பு சார்பு எனில்

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) |f(z)|^2 = 4|f'(z)|^2 \text{ என நிறுவுக.}$$

If  $f(z)$  is analytic. Prove that

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) |f(z)|^2 = 4|f'(z)|^2.$$

17. (அ) காஷியின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Cauchy's theorem.

Or

(ஆ) மொரேராவின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Morera's theorem.

18. (அ) லாரண்ட் -ன் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Laurent's theorem.

Or

(ஆ) காஷியின் எச்சத் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Cauchy's residue theorem.

19. (அ) மதிப்பிடுக  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{13 + 5\sin\theta}$ .

Evaluate  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{13 + 5\sin\theta}$ .

Or

(ஆ) நிறுவுக  $\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{1 + n^2} dx = \frac{\pi}{2e}$ .

Prove that  $\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{1 + n^2} dx = \frac{\pi}{2e}$ .

20. (அ) பின்வருவன பொது வடிவ கோப்புகள் எனில் அதன் புள்ளிகளைக் காண்க. மேலும் அவதிப் புள்ளிகள் இருப்பின் அதனையும் காண்க.

(i)  $w = z + \frac{1}{z}$

(ii)  $w = e^z$ .

Find the points where the following mappings are conformal. Also find the critical points of any.

(i)  $w = z + \frac{1}{z}$

(ii)  $w = e^z$ .

Or

(ஆ) எந்த ஒரு ஈரொருபடி உருமாற்றமும் குறுக்கு விகிதத்தைக் கொடுக்கும் என நிறுவுக.

Prove that any bilinear transformation preserves cross ratio.

---

(6 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 30578 E      Sub. Code : SMMA 61**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics – Core

COMPLEX ANALYSIS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. If  $f(z) = z^2$ , then the value of  $u(x, y)$ 
  - (a)  $x^2 + y^2$
  - (b)  $x^2 - y^2$
  - (c)  $2xy$
  - (d)  $x + iy$
  
2.  $f(z) = z \operatorname{Im} z$  is differentiable at \_\_\_\_\_.
  - (a)  $z$
  - (b)  $0$
  - (c) all point
  - (d) none

3. If  $\int_C f(z)dz$  where  $f(z) = \frac{1}{z}$  and  $C$  is the circle

$|z| = r$ , then  $\int_C f(z)dz = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(a) 0 (b)  $2\pi i$

(c)  $-2\pi i$  (d)  $4\pi i$

4. If  $f$  a function which is analytic at all points inside and on a simple closed curve  $C$ , then  $\int_C f(z)dz =$

$\underline{\hspace{2cm}}$ .

(a)  $2\pi i$  (b)  $\pi i$

(c) 0 (d)  $-2\pi i$

5.  $1 + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \dots + \frac{z^n}{n!} + \dots = ?$

(a)  $e^{-z}$  (b)  $e^z$

(c)  $\frac{1}{z}$  (d)  $-\frac{1}{z}$

6. The poles of  $f(z) = \frac{z+1}{z^2-2z}$

(a) 0, 2 (b) 0, 1

(c) 0, -1 (d) 0, -2

7. If  $f(z) = \frac{-2i}{z^2 + 4z + 1}$ , then  $\text{Res}\{f(z); -2 + \sqrt{3}\} = ?$

(a)  $\frac{i}{\sqrt{3}}$

(b)  $\frac{-i}{\sqrt{3}}$

(c)  $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$

(d)  $\frac{-2\pi}{\sqrt{3}}$

8. The value of  $\int_{|z|=1} \frac{dz}{z^2 e^z}$

(a)  $2\pi i$

(b)  $-2\pi i$

(c)  $\pi i$

(d)  $-\pi i$

9. The fixed points of the transformation  $w = \frac{1+z}{1-z}$

(a)  $i, -i$

(b)  $0, i$

(c)  $0, -i$

(d)  $i, 2i$

10. A bilinear transformation with only one finite fixed point is called \_\_\_\_\_.

(a) parabolic

(b) hyperbolic

(c) straight line

(d) elliptic

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Verify CR equations for the function  $f(z) = z^3$ .

Or

- (b) Prove that an analytic function in a region with constant modulus is constant.

12. (a) Prove that  $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$ .

Or

- (b) Evaluate  $\int_C \frac{e^z}{z^2 + 4} dz$  where  $C$  is positively oriented circle  $|z - i| = 2$ .

13. (a) Find the Taylor's series expansion for  $f(z) = \frac{1}{z}$  about  $z = 1$ .

Or

- (b) Find the residue of  $\frac{ze^z}{(z-1)^3}$  at its pole.

14. (a) Evaluate  $\int_C \frac{dz}{2z+3}$  where  $C$  is  $|z|=2$ .

Or

(b) Evaluate  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5+4\sin\theta}$ .

15. (a) Find the bilinear transformation which maps the points  $z_1 = 2, z_2 = i, z_3 = -2$ , onto  $w_1 = 1, w_2 = i, w_3 = -1$  respectively.

Or

(b) Find the fixed points of  $w = \frac{1}{z-2i}$ .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions.

16. (a) Show that  $f(z) = \sqrt{r} \left( \cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2} \right)$  where  $r > 0$  and  $0 < \theta < 2\pi$  is differentiable and find  $f'(z)$ .

Or

(a) If  $f(z)$  is analytic. Prove that  $\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) |f(z)|^2 = 4|f'(z)|^2$ .

17. (a) State and prove Cauchy's theorem.

Or

(b) State and prove Morera's theorem.

18. (a) State and prove Laurent's theorem.

Or

(b) State and prove Cauchy's residue theorem.

19. (a) Evaluate  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{13 + 5\sin\theta}$ .

Or

(b) Prove that  $\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{1 + n^2} dx = \frac{\pi}{2e}$ .

20. (a) Find the points where the following mappings are conformal. Also find the critical points of any.

(i)  $w = z + \frac{1}{z}$

(ii)  $w = e^z$ .

Or

(b) Prove that any bilinear transformation preserves cross ratio.

Reg. No. : .....

**Code No. : 30579 B      Sub. Code : SMMA 62**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics — Core

NUMBER THEORY

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer

1.  $41+42+\dots+78$  ன் மதிப்பு

(அ) 3081                      (ஆ) 2261

(இ) 2061                      (ஈ) 1661

The sum of  $41+42+\dots+78$  is

(a) 3081                      (b) 2261

(c) 2061                      (d) 1661

2.  $n$  ஒரு மிகை முழு எண் மேலும்  $r \leq n$  ஒரு மிகை முழு எண் எனில்  $nc_r + nc_{r-1}$  ன் மதிப்பு

(அ)  $n+1c_r$  (ஆ)  $n+1c_{r+1}$

(இ)  $nc_r$  (ஈ)  $nc_{r+1}$

If  $n$  is a given positive integer, and  $r \leq n$  is also a positive integer, than the value of  $nc_r + nc_{r-1}$

(a)  $n+1c_r$  (b)  $n+1c_{r+1}$

(c)  $nc_r$  (d)  $nc_{r+1}$

3. மீ.பொ.வ  $(-8, -36) =$  \_\_\_\_\_

(அ)  $-8$  (ஆ)  $-4$

(இ)  $4$  (ஈ)  $8$

$\text{gcd}(-8, -36) =$  \_\_\_\_\_

(a)  $-8$  (b)  $-4$

(c)  $4$  (d)  $8$

4.  $K$  பூசியமல்லாத முழு எண் எனில் மீ.பொ.வ.  $(ka, kb) = ?$

(அ)  $K$  மீ.பொ.வ  $(a, b)$  (ஆ)  $|K|$  மீ.பொ.வ  $(a, b)$

(இ) மீ.பொ.வ  $(a, b)$  (ஈ)  $k^2$  மீ.பொ.வ  $(a, b)$

For any interger  $k \neq 0$ ,  $\gcd(ka, kb) = ?$

- (a)  $K \cdot \gcd(a, b)$
- (b)  $|K| \gcd(a, b)$
- (c)  $\gcd(a, b)$
- (d)  $k^2 \gcd(a, b)$

5. எண் 30 க்கும் குறைவான உள்ள ஒற்றைப்படை பகா எண்களின் எண்ணிக்கையானது.

- (அ) 8                      (ஆ) 9
- (இ) 10                      (ஈ) 11

The number of odd prime less than 30 is

- (a) 8                      (b) 9
- (c) 10                      (d) 11

6. வகுத்தல் செய்வழிப்படி, ஒவ்வொரு இரட்டைப்படை மிகை எண்ணையும் தனிச்சிறப்புப்பட \_\_\_\_\_ என எழுத முடியும்.

- (அ)  $4n+1$
- (ஆ)  $4n+3$
- (இ)  $4n(or)4n+2$
- (ஈ) இவையேதும் இல்லை

According to division algorithm, every positive even integer can be uniquely written as

- (a)  $4n+1$  (b)  $4n+3$   
(c)  $4n(or)4n+2$  (d) None of these

7.  $6x \equiv \text{—————} \pmod{21}$  என்ற முற்றொருமையானது தீர்வுகளைக் கொண்டதாகும்.

- (அ) 3 (ஆ) 2  
(இ) 6 (ஈ) 8

The congruence  $6x \equiv \text{—————} \pmod{21}$  has solutions.

- (a) 3 (b) 2  
(c) 6 (d) 8

8. உலகத்தர புதிதாக எண்ணின் பத்தாம் இலக்கம்  $a_{10} =$

(அ)  $\sum_{k=1}^9 Ka_k \pmod{11}$

(ஆ)  $\sum_{k=1}^9 a_k \pmod{11}$

(இ)  $\sum_{k=1}^9 (K+1)a_k \pmod{11}$

(ஈ)  $\sum_{k=1}^{10} Ka_k \pmod{11}$

In ISBN, the tenth digit  $a_{10}$  is given by

---

(a)  $\sum_{k=1}^9 Ka_k \pmod{11}$

(b)  $\sum_{k=1}^9 a_k \pmod{11}$

(c)  $\sum_{k=1}^9 (K+1)a_k \pmod{11}$

(d)  $\sum_{k=1}^{10} Ka_k \pmod{11}$

9.  $\phi(225)$  ன் மதிப்பு

(அ) 15

(ஆ) 45

(இ) 75

(ஈ) 120

The value of  $\phi(225)$  is

(a) 15

(b) 45

(c) 75

(d) 120

10.  $P$  ஒரு ஒற்றைப்படை பகா எண் எனில்  $1^{p-1} + 2^{p-1} + \dots + (p-1)^{p-1}$  ஐ  $P$  வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதி யாது?

(அ) 1 (ஆ) 2

(இ)  $\frac{p-1}{2}$  (ஈ)  $p-1$

If  $P$  is an odd prime find the remainder when  $1^{p-1} + 2^{p-1} + \dots + (p-1)^{p-1}$  is divided by  $P$ .

(a) 1 (b) 2

(c)  $\frac{p-1}{2}$  (d)  $p-1$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) (i) முதல்  $n$  இயல் எண்களின் கூடுதல் ஒரு முக்கோண இயல் எண் ஆகும் என நிரூபி.  
(ii) அடுத்தடுத்த இரண்டு முக்கோண எண்களின் கூடுதல் ஒரு முழுமையான வர்க்கம் என நிரூபி.  
(i) Prove that the sum of first  $n$  natural numbers is a triangular number.  
(ii) The sum of any 2 consecutive triangular numbers is a perfect square.

Or

(ஆ) அனைத்து  $n \geq 2$  க்கும்

$$\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \dots + \binom{n}{2} + \binom{n+1}{3} \text{ ன் மதிப்பு}$$

காண்க.

For  $n \geq 2$ , Find the value of

$$\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \dots + \binom{n}{2} + \binom{n+1}{3}.$$

12. (அ)  $a, b, c$  ஆகியன பூச்சியமற்ற ஏதேனும் இரண்டு முழுக்களைக் கொண்ட முழு எண்கள்  $d = \text{மீ.பொ.வ.}(a, b, c)$

$$d = \text{மீ.பொ.வ.}(\text{மீ.பொ.வ.}(a, b), c)$$

$= \text{மீ.பொ.வ.}(a, b, c) = (a, \text{மீ.பொ.வ.}(b, c))$  என நிரூபிக்க.

Let  $a, b, c$  be integers no two of which are zero. Show that  $d = \text{gcd}(a, b, c)$

$$d = \text{gcd}(\text{gcd}(a, b), c)$$

$$= \text{gcd}(a, b, c) = (a, \text{gcd}(b, c))$$

Or

(ஆ)  $\text{மீ.பொ.வ.}(a, b) \cdot \text{மீ.சி.ம.}(a, b) = ab$  என நிரூபி.

Prove that  $\text{gcd}(a, b) \cdot \text{lcm}(a, b) = ab$  for positive integers.

13. (அ) என்ற எண்களின் பகா காரணியை கண்டுபிடி.

(i) 10140

(ii) 36000

Find the prime factorization of

(i) 10140

(ii) 36000

Or

(ஆ)  $n$ -வது பகா எண்  $P_n$  எனில்  $P_n \leq 2^{2^{n-1}}$  என நிரூபி.

If  $P_n$  is the  $n^{th}$  prime number, then prove that  $P_n \leq 2^{2^{n-1}}$ .

14. (அ)  $41^{65} \equiv 6 \pmod{7}$  ன் மதிப்பைக் காண்க.

Calculate  $41^{65} \equiv 6 \pmod{7}$ .

Or

(ஆ)  $18x \equiv 30 \pmod{42}$  என்ற நேரியல் முழு ஒப்புமை சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

Solve the linear congruence  $18x \equiv 30 \pmod{42}$

15. (அ) பெர்மாட்டின் மறுதலையை ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடுத்து விளக்குக.

Explain about the converse of the Fermat's theorem by giving an example.

Or

- (ஆ)  $P$  ஒரு பகா எண் எனில், எந்தவொரு முழு எண்  $a$  க்கும்  $P \mid a^p + (p-1)!$  மற்றும்  $P \mid (p-1)! a^p + a$  என நிரூபி.

If  $P$  is a prime, prove that for any integer  $a, P \mid a^p + (p-1)!$  and  $P \mid (p-1)! a^p + a$ .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) ஈருறுப்பு தேற்றத்தை நிர்மாணிக்கவும்.

Establish the binomial theorem.

Or

- (ஆ) (i)  $1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}, \forall n \geq 1$

என நிரூபி.

- (ii) தொகுத்தறி முறை (முடிவுறு) யின் இரண்டாம் கொள்கையை எழுதி நிரூபிக்க.

(i) Prove that

$$1.2+2.3+3.4+\dots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}, \forall n \geq 1.$$

(ii) State and prove the second principle of finite induction.

17. (அ) யூக்ளிடியன் படிமுறைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Euclidean Algorithm.

Or

(ஆ) (i)  $a/b$  மற்றும்  $a/c$  எனில்  $a \mid (bx+cy), x, y \in Z$  என நிரூபி.

(ii) வகுத்தல் கணக்கு முறையை எழுதி நிரூபிக்க.

(i) If  $a/b$  and  $a/c$ , prove that  $a \mid (bx+cy), x, y \in Z$ .

(ii) State and prove Division Algorithm.

18. (அ) எண்ணியலின் அடிப்படைத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove fundamental theorem of arithmetic.

Or

- (ஆ) (i) பகா எண்கள் எண்ணிலடங்காதவை எனக் காட்டுக.
- (ii)  $\sqrt{2}$  ஒரு கூறுபடா எண் என நிரூபி.
- (i) Show that there are infinite number of primes.
- (ii) Show that the number  $\sqrt{2}$  is irrational

19. (அ) (i) சைனீஸ் மீதித் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.
- (ii) தீர்க்க,  $x \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $x \equiv 3 \pmod{5}$ ,  
 $x \equiv 2 \pmod{7}$ .
- (i) State and prove Chinese Remainder theorem.
- (ii) Solve
- $$x \equiv 2 \pmod{3}, x \equiv 3 \pmod{5}, x \equiv 2 \pmod{7}.$$

Or

- (ஆ) (i)  $a \equiv b \pmod{m}$  மேலும்  $f(x)$  என்பது ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவை எனில்  $f(a) \equiv f(b) \pmod{m}$  என நிரூபி.
- (ii) முற்றொருமையைப் பயன்படுத்தி பெர்மாட்ஸ் எண்  $F_5 = 2^{32} + 1$  ஒரு பகா எண் அல்ல என நிரூபி.

- (i) If  $a \equiv b \pmod{m}$  and  $f(x)$  is a polynomial coefficient, show that  $f(a) \equiv f(b) \pmod{m}$ .
- (ii) Using congruences prove that the Fermat's number  $F_5 = 2^{32} + 1$  is not a prime.

20. (அ)  $a^{21} \equiv a \pmod{15}$  எனக் காட்டுக.

Show that  $a^{21} \equiv a \pmod{15}$ .

Or

(ஆ) வில்சன் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Wilson's theorem.

---

(6 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 30579 E      Sub. Code : SMMA 62**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics — Core

NUMBER THEORY

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer

1. The sum of  $41+42+\dots+78$  is
  - (a) 3081
  - (b) 2261
  - (c) 2061
  - (d) 1661
  
2. If  $n$  is a given positive integer, and  $r \leq n$  is also a positive integer, then the value of  $nc_r + nc_{r-1}$ 
  - (a)  $n+1c_r$
  - (b)  $n+1c_{r+1}$
  - (c)  $nc_r$
  - (d)  $nc_{r+1}$

3.  $\gcd(-8, -36) = \underline{\hspace{2cm}}$
- (a)  $-8$                       (b)  $-4$   
(c)  $4$                          (d)  $8$
4. For any interger  $k \neq 0$ ,  $\gcd(ka, kb) = ?$
- (a)  $K \cdot \gcd(a, b)$         (b)  $|K| \gcd(a, b)$   
(c)  $\gcd(a, b)$                 (d)  $k^2 \gcd(a, b)$
5. The number of odd prime less than 30 is
- (a)  $8$                          (b)  $9$   
(c)  $10$                         (d)  $11$
6. According to division algorithm, every positive even integer can be uniquely written as
- (a)  $4n+1$                     (b)  $4n+3$   
(c)  $4n$ (or)  $4n+2$         (d) None of these
7. The congruence  $6x \equiv \underline{\hspace{2cm}} \pmod{21}$  has solutions.
- (a)  $3$                          (b)  $2$   
(c)  $6$                          (d)  $8$



PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) (i) Prove that the sum of first  $n$  natural numbers is a triangular number.  
(ii) The sum of any 2 consecutive triangular numbers is a perfect square.

Or

- (b) For  $n \geq 2$ , Find the value of  
$$\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \dots + \binom{n}{2} + \binom{n+1}{3}.$$

12. (a) Let  $a, b, c$  be integers no two of which are zero. Show that  $d = \gcd(a, b, c)$

$$d = \gcd(\gcd(a, b), c)$$

$$= \gcd(a, b, c) = (a, \gcd(b, c))$$

Or

- (b) Prove that  $\gcd(a, b) \cdot \text{lcm}(a, b) = ab$  for positive integers.

13. (a) Find the prime factorization of

(i) 10140

(ii) 36000

Or

- (b) If  $P_n$  is the  $n^{\text{th}}$  prime number, then prove that  $P_n \leq 2^{2^{n-1}}$ .

14. (a) Calculate  $41^{65} \equiv 6 \pmod{7}$ .

Or

(b) Solve the linear congruence  $18x \equiv 30 \pmod{42}$

15. (a) Explain about the converse of the Fermat's theorem by giving an example.

Or

(b) If  $P$  is a prime, prove that for any integer  $a, P \mid a^p + (p-1)!$  and  $P \mid (p-1)!a^p + a$ .

PART C — ( $5 \times 8 = 40$  marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Establish the binomial theorem.

Or

(b) (i) Prove that

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}, \forall n \geq 1.$$

(ii) State and prove the second principle of finite induction.

17. (a) State and prove Euclidean Algorithm.  
 Or  
 (b) (i) If  $a/b$  and  $a/c$ , prove that  $a \mid (bx + cy), x, y \in \mathbb{Z}$ .  
 (ii) State and prove Division Algorithm.
18. (a) State and prove fundamental theorem of arithmetic.  
 Or  
 (b) (i) Show that there are infinite number of primes.  
 (ii) Show that the number  $\sqrt{2}$  is irrational
19. (a) (i) State and prove Chinese Remainder theorem.  
 (ii) Solve  $x \equiv 2 \pmod{3}, x \equiv 3 \pmod{5}, x \equiv 2 \pmod{7}$   
 Or  
 (b) (i) If  $a \equiv b \pmod{m}$  and  $f(x)$  is a polynomial coefficient, show that  $f(a) \equiv f(b) \pmod{m}$ .  
 (ii) Using congruences prove that the Fermat's number  $F_5 = 2^{32} + 1$  is not a prime.
20. (a) Show that  $a^{21} \equiv a \pmod{15}$ .  
 Or  
 (b) State and prove Wilson's theorem.

Reg. No. : .....

Code No. : 30580 B Sub. Code : SMMA 63

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Sixth Semester  
Mathematics — Core  
GRAPH THEORY

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1.  $K_{3,4}$  -இல் உள்ள கோடுகளின் எண்ணிக்கை

(அ) 7 (ஆ) 12

(இ) 3 (ஈ) 4

The number of edges in  $K_{3,4}$  is

(a) 7 (b) 12

(c) 3 (d) 4

2. ஒரு ஒழுங்கு வரைபில்  $\delta = 8$  எனில்  $\Delta =$  \_\_\_\_\_.

(அ) 8 (ஆ) 7

(இ) 9 (ஈ) 16

If  $\delta = 8$  for a regular graph then  $\Delta =$  \_\_\_\_\_.

(a) 8 (b) 7

(c) 9 (d) 16

3. வரைவு  $G$ -யின் பாலம்  $e$  எனில்  $w(G-e) =$  \_\_\_\_\_.

(அ)  $w(G)-1$  (ஆ)  $w(G)$

(இ)  $w(G)+1$  (ஈ)  $2w(G)$

If  $e$  is a bridge of graph  $G$  then  $w(G-e) =$  \_\_\_\_\_.

(a)  $w(G)-1$  (b)  $w(G)$

(c)  $w(G)+1$  (d)  $2w(G)$

4.  $C_4$ -ன் வெட்டுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை

(அ) 1 (ஆ) 0

(இ) 3 (ஈ) 2

Number of cut points of  $C_4$  is

(a) 1 (b) 0

(c) 3 (d) 2

5. வழக்கமான குறியீட்டின் படி,  $|V| - |E| + |F| =$   
\_\_\_\_\_.

(அ) 2 (ஆ) 1

(இ) 0 (ஈ) 3

With usual notations,  $|V| - |E| + |F| =$  \_\_\_\_\_.

(a) 2 (b) 1

(c) 0 (d) 3

6.  $T$  ஒரு  $(p, q)$  மரம் எனில், கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது தவறு?

(அ)  $T$  ஒரு சுழலற்ற தொடுத்த வரைபு

(ஆ)  $T$  ஒரு தொடுத்த ஒழுங்கு வரைபு

(இ)  $T$  ஒரு தொடுத்த வரைபு,  $q = p - 1$

(ஈ)  $T$  ஒரு சுழலற்ற வரைபு,  $q = p - 1$

If  $T$  is a  $(p, q)$  tree then which statement is false?

(a)  $T$  is a connected acyclic graph

(b)  $T$  is a connected regular graph

(c)  $T$  is a connected graph,  $q = p - 1$

(d)  $T$  is an acyclic graph,  $q = p - 1$

7. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது ஒரு தளவரைபு?

(அ)  $K_7$  (ஆ)  $K_6$

(இ)  $K_5$  (ஈ)  $K_4$

Which of the following is a planar graph?

- (a)  $K_7$  (b)  $K_6$   
(c)  $K_5$  (d)  $K_4$

8.  $\overline{K_5}$  -ன் வண்ண எண் \_\_\_\_\_.

- (அ) 2 (ஆ) 3  
(இ) 5 (ஈ) 1

Chromatic number of  $\overline{K_5}$  is \_\_\_\_\_.

- (a) 2 (b) 3  
(c) 5 (d) 1

9.  $f(G, \lambda) = \lambda^5 - 7\lambda^4 + 19\lambda^3 - 23\lambda^2 + 10\lambda$  எனில்  $G$ -யில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை

- (அ) 4 (ஆ) 5  
(இ) 7 (ஈ) 10

If  $f(G, \lambda) = \lambda^5 - 7\lambda^4 + 19\lambda^3 - 23\lambda^2 + 10\lambda$  then the number of points in  $G$  is

- (a) 4 (b) 5  
(c) 7 (d) 10



(ஆ)  $G$  என்பது  $(V_1, V_2)$  என இரு பிரிவுகளைக் கொண்ட ஒரு இருகூறு வரைபு மற்றும்  $G$  ஒரு  $k$ -ஒழுங்கு வரைபு,  $k > 0$  எனில்  $|V_1| = |V_2|$  என நிரூபி.

Let  $G$  be a  $k$ -regular bipartite graph with bipartition  $(V_1, V_2)$  and  $k > 0$ . Prove that  $|V_1| = |V_2|$ .

12. (அ)  $P = (4, 4, 4, 2, 2, 2)$  ஒரு வரைபு தொடரா? ஆம் எனில்  $p$ -க்கான ஒரு வரைபை வரைக.

Is  $P = (4, 4, 4, 2, 2, 2)$  a graphic sequence? If yes then draw a graph for  $p$ .

Or

(ஆ)  $G$  என்ற வரைபில்  $\delta \geq k$  எனில்  $G$ -க்கு  $k$ -நீளமுள்ள ஒரு பாதை உண்டு என நிரூபி.

In a graph  $G$ , if  $\delta \geq k$  then show that  $G$  has a path of length  $k$ .

13. (அ) ஒவ்வொரு மரத்தின் மையத்திலும் ஒரு புள்ளியோ அல்லது இரு அண்டை புள்ளிகளோ இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that every tree has a centre consisting of either one point or two adjacent points.

Or

(ஆ)  $C(G)$  நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது என நிரூபி.

Prove that  $C(G)$  is well-defined.

14. (அ)  $K_5$  - ஒரு தள வரைபு அல்ல என நிரூபி.

Prove that  $K_5$  is non-planar.

Or

(ஆ) தனித்த முறையில்  $n$  - வண்ணப்படுத்தக்கூடிய ஒவ்வொரு வரைபும்  $(n-1)$  தொடர் வரைபு எனக் காட்டு.

Show that every uniquely  $n$  - colourable graph is  $(n-1)$  connected.

15. (அ) இரு திசை வரைபுகள் சம ஒப்புமையுடையது எனில் ஒத்த புள்ளிகள் ஒரே படி ஜோடி கொண்டிருக்கும் என நிரூபி.

If two digraphs are isomorphic then prove that corresponding points have the same degree pair.

Or

(ஆ)  $f(k_n, \lambda) = \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\dots(\lambda-n+1)$  என நிரூபி.

Prove that

$$f(k_n, \lambda) = \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\dots(\lambda-n+1).$$

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ)  $G$  என்பது முக்கோணங்கள் இல்லாத  $(p, q)$  வரைபு எனில்  $q \leq \left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$  என நிரூபி.

If  $G$  is a  $(p, q)$  graph without triangles then prove that  $q \leq \left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$ .

Or

- (ஆ) (i) ஒவ்வொரு வரைபும் வெட்டும் வரைபு எனக் காட்டுக.
- (ii)  $G$  என்பது ஒரு  $(p, q)$  வரைபு என்க.  $L(G)$  ஒரு  $(q, q_L)$  வரைபாகும் என நிறுவுக. இங்கு
- $$q_L = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^p d_i^2 \right) - q.$$

- (i) Show that every graph is an intersection graph.
- (ii) Let  $G$  be a  $(p, q)$  graph. Prove that  $L(G)$  is a  $(q, q_L)$  graph where
- $$q_L = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^p d_i^2 \right) - q.$$

17. (அ) குறைந்தது இருபுள்ளிகள் கொண்ட ஒரு வரைபு  $G$  இருகூறு வரைபாக இருந்தால், இருந்தால் மட்டுமே அதன் அனைத்து சுற்றுகளும் இரட்டைப் படை நீளத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

Show that a graph  $G$  with atleast two points is bipartite iff all its cycles are of even length.

Or

- (ஆ) (i) ஒரு வரைபின் புள்ளி தொடர்ச்சி, கோடு தொடர்ச்சி இவற்றை வரையறு.
- (ii) முறையான குறியீடுகளின் படி  $k \leq \lambda \leq \delta$  என நிரூபி.
- (i) Define vertex connectivity and edge connectivity of a graph.
- (ii) With usual notations, prove that  $k \leq \lambda \leq \delta$ .

18. (அ) ஒரு தொடுத்த வரைபு  $G$  ஆயிலீரியனாக அமைய தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை  $G$ -ன் ஒவ்வொரு புள்ளியின் படியும் ஒரு இரட்டை படை எண் என நிறுவுக.

Prove that a connected graph  $G$  is Eulerian iff every point of  $G$  has even degree.

Or

- (ஆ) Dirac's-இன் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

State and prove Dirac's theorem.

19. (அ) ஒரு வரைபை கோளத்தின் மேற்பரப்பில் பதிக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை அந்த வரைபை ஒரு தளத்தில் பதிக்க முடியும் என நிரூபி.

Prove that a graph can be embedded in the surface of a sphere iff it can be embedded in a plane.

Or

$$(ஆ) \chi'(k_n) = \begin{cases} n, & n \text{ ஒரு ஒற்றைப்படை எண் } (n \neq 1) \\ n-1, & n \text{ ஒரு இரட்டைப்படை எண்} \end{cases}$$

என நிறுவுக.

Show that

$$\chi'(k_n) = \begin{cases} n & \text{if } n \text{ is odd } (n \neq 1) \\ n-1 & \text{if } n \text{ is even} \end{cases}$$

20. (அ)  $n \geq 2$  புள்ளிகளைக் கொண்ட ஒரு வரைபு  $G$  மரமாக இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை  $f(G, \lambda) = \lambda(\lambda - 1)^{n-1}$  என நிரூபி.

Prove that a graph  $G$  with  $n \geq 2$  points is a tree iff  $f(G, \lambda) = \lambda(\lambda - 1)^{n-1}$ .

Or

(ஆ) ஒரு வலுவற்ற திசை வரைபு  $D$  ஆயிலீரியன் திசை வரைபாக இருக்கத் தேவையானதும் நிபந்தனை என்னவெனில் ஒவ்வொரு புள்ளியின் அகப்படியும் புறப்படியும் சமம் என நிறுவுக.

Prove that a weak digraph  $D$  is Eulerian iff every point of  $D$  has equal in-degree and out-degree.

---



3. If  $e$  is a bridge of graph  $G$  then  $w(G-e)=$  \_\_\_\_\_.
- (a)  $w(G)-1$                       (b)  $w(G)$   
(c)  $w(G)+1$                       (d)  $2w(G)$
4. Number of cut points of  $C_4$  is
- (a) 1                                      (b) 0  
(c) 3                                      (d) 2
5. With usual notations,  $|V|-|E|+|F|=$  \_\_\_\_\_.
- (a) 2                                      (b) 1  
(c) 0                                      (d) 3
6. If  $T$  is a  $(p, q)$  tree then which statement is false?
- (a)  $T$  is a connected acyclic graph  
(b)  $T$  is a connected regular graph  
(c)  $T$  is a connected graph,  $q = p - 1$   
(d)  $T$  is an acyclic graph,  $q = p - 1$
7. Which of the following is a planar graph?
- (a)  $K_7$                                       (b)  $K_6$   
(c)  $K_5$                                       (d)  $K_4$



12. (a) Is  $P = (4, 4, 4, 2, 2, 2)$  a graphic sequence? If yes then draw a graph for  $p$ .

Or

- (b) In a graph  $G$ , if  $\delta \geq k$  then show that  $G$  has a path of length  $k$ .
13. (a) Prove that every tree has a centre consisting of either one point or two adjacent points.

Or

- (b) Prove that  $C(G)$  is well-defined.
14. (a) Prove that  $K_5$  is non-planar.

Or

- (b) Show that every uniquely  $n$ -colourable graph is  $(n-1)$  connected.
15. (a) If two digraphs are isomorphic then prove that corresponding points have the same degree pair.

Or

- (b) Prove that

$$f(k_n, \lambda) = \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\dots(\lambda-n+1).$$

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) If  $G$  is a  $(p, q)$  graph without triangles then prove that  $q \leq \left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$ .

Or

- (b) (i) Show that every graph is an intersection graph.  
(ii) Let  $G$  be a  $(p, q)$  graph. Prove that  $L(G)$  is a  $(q, q_L)$  graph where

$$q_L = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^p d_i^2 \right) - q.$$

17. (a) Show that a graph  $G$  with atleast two points is bipartite iff all its cycles are of even length.

Or

- (b) (i) Define vertex connectivity and edge connectivity of a graph.  
(ii) With usual notations, prove that  $k \leq \lambda \leq \delta$ .

18. (a) Prove that a connected graph  $G$  is Eulerian iff every point of  $G$  has even degree.

Or

- (b) State and prove Dirac's theorem.

19. (a) Prove that a graph can be embedded in the surface of a sphere iff it can be embedded in a plane.

Or

- (b) Show that

$$\chi'(k_n) = \begin{cases} n & \text{if } n \text{ is odd } (n \neq 1) \\ n-1 & \text{if } n \text{ is even} \end{cases}$$

20. (a) Prove that a graph  $G$  with  $n \geq 2$  points is a tree iff  $f(G, \lambda) = \lambda(\lambda - 1)^{n-1}$ .

Or

- (b) Prove that a weak digraph  $D$  is Eulerian iff every point of  $D$  has equal in-degree and out-degree.

Reg. No. : .....

Code No. : 30581 B Sub. Code : SMMA 64

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics — Core

DYNAMICS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. மீப்பெரு உயரம் அடைய ஒரு எறிதல் எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் —————

(அ)  $\frac{u \sin \alpha}{g}$

(ஆ)  $\frac{u^2 \sin \alpha}{g}$

(இ)  $\frac{u \sin 2\alpha}{g}$

(ஈ)  $\frac{2u \sin \alpha}{g}$

Time taken by the projectile to reach the greatest height is \_\_\_\_\_

- (a)  $\frac{u \sin \alpha}{g}$  (b)  $\frac{u^2 \sin \alpha}{g}$   
(c)  $\frac{u \sin 2\alpha}{g}$  (d)  $\frac{2u \sin \alpha}{g}$

2. தொடு வானத்திற்கு  $\alpha$  கோணத்தில் சாய்ந்திருக்கும் ஒரு வழுவழப்பான சாய்தளத்தின் மீது ஏறும் பொருளின் முடுக்கம் \_\_\_\_\_

- (அ)  $g \sin \alpha$  (ஆ)  $g \cos \alpha$   
(இ)  $g$  (ஈ) ஏதுமில்லை

The acceleration of a particle moving up a smooth inclined plane of inclination  $\alpha$  to the horizon is \_\_\_\_\_

- (a)  $g \sin \alpha$  (b)  $g \cos \alpha$   
(c)  $g$  (d) None of these

3. பின்வரும் பொருட்களில் எவற்றால் செய்யப்பட்ட 2 பந்துகள் மோதும் போது மீள் தள்மை அதிகமாக இருக்கிறது?

- (அ) கண்ணாடி (ஆ) தந்தம்  
(இ) ஈயம் (ஈ) இரும்பு

Which of the following material balls when impinge on each other has more elasticity?

- (a) glass (b) ivory  
(c) lead (d) iron

4. நியூட்டனின் விதிப்படி மோதலுக்குப் பின் திசைவேகங்கள்  $v_2 - v_1 = \frac{e(u_1 - u_2)}{1 + e}$  [ $u_1, u_2$  - மோதலுக்கு முன் உள்ள திசைவேகங்கள்]

- (அ)  $-(u_2 - u_1)$  (ஆ)  $-e(u_1 - u_2)$   
(இ)  $e(u_1 - u_2)$  (ஈ)  $-(u_1 - u_2)$

As per Newton's experimental law, the velocities after impact  $v_2 - v_1 = \frac{e(u_1 - u_2)}{1 + e}$  [where  $u_1, u_2$  - velocities before impact]

- (a)  $-(u_2 - u_1)$  (b)  $-e(u_1 - u_2)$   
(c)  $e(u_1 - u_2)$  (d)  $-(u_1 - u_2)$

5. ஓர் எளிய சீரிசை இயக்கத்தின் காலவரை  $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$

- (அ)  $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$  (ஆ)  $\frac{\sqrt{2}\pi}{\mu}$   
(இ)  $\pi / \mu$  (ஈ) ஏதுமில்லை

The period of a simple Harmonic motion is

- (a)  $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$  (b)  $\frac{\sqrt{2}\pi}{\mu}$   
(c)  $\pi/\mu$  (d) None of these

6. ஓர் எளிய சீரிசை இயக்கத்தில், 't' என்ற நேரத்தில் கட்டமானது \_\_\_\_\_

- (அ)  $t + \frac{\epsilon}{\sqrt{\mu}}$  (ஆ)  $t + \frac{1}{\sqrt{\mu}}$   
(இ)  $t - \frac{\epsilon}{\sqrt{\mu}}$  (ஈ)  $t + \frac{1}{2\epsilon}$

In a simple Harmonic motion, the phase at time t is \_\_\_\_\_

- (a)  $t + \frac{\epsilon}{\sqrt{\mu}}$  (b)  $t + \frac{1}{\sqrt{\mu}}$   
(c)  $t - \frac{\epsilon}{\sqrt{\mu}}$  (d)  $t + \frac{1}{2\epsilon}$

7. முடுக்கத்தின் ஆரக் கூறு \_\_\_\_\_

- (அ)  $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$  (ஆ)  $r\dot{\theta}^2$   
(இ)  $r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$  (ஈ)  $\ddot{r} - \dot{\theta}^2$

The radial component of acceleration is

- (a)  $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$  (b)  $r\dot{\theta}^2$   
(c)  $r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$  (d)  $\ddot{r} - \dot{\theta}^2$

8. மையச் சுற்றுப் பாதையின் வகைக் கெழு சமன்பாடு

(அ)  $\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = F$

(ஆ)  $\frac{du}{d\theta} + u = \frac{F}{h^2 u^2}$

(இ)  $\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u^2 = F$

(ஈ)  $\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = F / h^2 u^2$

The differential equation of central orbit is

(a)  $\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = F$

(b)  $\frac{du}{d\theta} + u = \frac{F}{h^2 u^2}$

(c)  $\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u^2 = F$

(d)  $\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = F / h^2 u^2$

9. திசைவேகத்தின் குறுக்குக் கூறு \_\_\_\_\_

(அ)  $r \theta$  (ஆ)  $\ddot{r}$

(இ)  $r \dot{\theta}$  (ஈ)  $\ddot{r} - r \dot{\theta}^2$

The transverse component of velocity is \_\_\_\_\_

(a)  $r \theta$  (b)  $\ddot{r}$

(c)  $r \dot{\theta}$  (d)  $\ddot{r} - r \dot{\theta}^2$

10. மையச் சுற்றுப் பாதையின்  $(p - r)$  சமன்பாடு \_\_\_\_\_

(அ)  $\frac{h}{p^2} \frac{dp}{dr} = F$  (ஆ)  $\frac{h^2}{p} \frac{dp}{dr} = F$

(இ)  $\frac{h^2}{p^2} \frac{dp}{dr} = F$  (ஈ)  $\frac{h^2}{p^3} \frac{dp}{dr} = F$

$(p - r)$  equation of the central orbit is \_\_\_\_\_

(a)  $\frac{h}{p^2} \frac{dp}{dr} = F$  (b)  $\frac{h^2}{p} \frac{dp}{dr} = F$

(c)  $\frac{h^2}{p^2} \frac{dp}{dr} = F$  (d)  $\frac{h^2}{p^3} \frac{dp}{dr} = F$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Answer should not exceed 250 words.

11. (அ) ஒரு குறித்த தொடக்க வேகத்தில் குறித்த கிடைமட்ட வரம்பை அடைய இரு எறிதல் கோணங்களால் இயலும் எனக் காட்டு.

Show that for a given initial velocity, there are two possible directions of projections to obtain a given horizontal range.

Or

- (ஆ) ஒரு சாய் தளத்தில் எறியப்பட்ட பொருளின் வரம்பு காண்.

Find the range of a particle projected on an inclined plane.

12. (அ) ஒரு வழுவழு கோளம் நிலையான சீரான தளத்தில் மோதியபின் அதன் வேகம் மற்றும் நகரும் திசை காண்.

Find the velocity and direction of motion of a smooth sphere after its impact on a fixed smooth plane.

Or

(ஆ) ஒரு பந்து தன்னை விட  $M$  மடங்கு எடையும்  $\frac{1}{n}$  மடங்கு திசைவேகமும் கொண்டு அதே திசையில் நகரும் பந்தை மோதுகிறது. மோதலில் முதல் பந்து நின்று விட, மீள்தன்மை வகைக்கெழு  $\frac{m+n}{m(n-1)}$  என நிரூபி.

A ball overtakes another ball of  $m$  times its mass, which is moving with  $\frac{1}{n}th$  of its velocity in the same direction. If the impact reduces the first ball to rest, prove that the coefficient of elasticity is  $\frac{m+n}{m(n-1)}$ .

13. (அ) இரு செங்குத்து திசைகளில் சம காலவரையில் இயங்கும் இரு எளிய சீரிசை இயக்கத்தின் தொகுத்தல் காண்.

Find the composition of two simple harmonic motions of the same period in two perpendicular directions.

Or

(ஆ) ஓர் எளிய சீரிசை இயக்கத்தில் உள்ள பொருள் ஒரு எல்லை இருந்து மறு எல்லை வரை அலைகள் ஏற்படுத்தும் போது, அலைவின் நடுவில் இருந்து அதன் தூரம் முறையே  $x_1, x_2, x_3$ , மூன்று அடுத்தடுத்த நொடிகளில் எனில் அலைவின் காலவரை  $\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1+x_3}{2x_2}\right)}$  என நிரூபி.

A particle is moving with SHM and while making an oscillation from one extreme position to the other, its distances from the centre of oscillation at 3 consecutive seconds are  $x_1, x_2, x_3$ . Prove that period of oscillation

is  $\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1+x_3}{2x_2}\right)}$ .

14. (அ) சமகோண சுருள்வரைக்கு ஆயச் சமன்பாடு காண்.

Find the polar equation of equiangular spiral.

Or

(ஆ) ஆயத் தொலைவுகளில் திசை வேகம் மற்றும் முடுக்கம் காண்.

Find the velocity and acceleration in polar Co-ordinates.

15. (அ) குவியத்தில் துருவம் கொண்ட அதிபரவளையத்தின் மிதி சமன்பாடு தருவிக்க.

Derive the pedal equation for hyperbola-pole at focus.

Or

- (ஆ) ஒரு பொருள் வட்டம் வரையறுக்க அதன் உள் புள்ளியின் இயங்கும் விசையின் விதி காண்.

Find the law of force to an internal point under which a body will describe a circle.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Answer should not exceed 600 words.

16. (அ) பின்வருவனவற்றைக் காண் :

- (i) எறிதலின் மீப்பெரு உயரம்
- (ii) மீப்பெரு உயரம் அடையும் நேரம்
- (iii) பறக்கும் காலம்
- (iv) கிடைமட்ட தளத்தின் எறிதலின் வரம்பு.

Find the following

- (i) The greatest height attained by a projectile
- (ii) Time taken to reach the greatest height
- (iii) Time of flight
- (iv) Range of projectile.

Or

(ஆ)  $\alpha$  கோணத்தில் எறியும் போது ஒரு துப்பாக்கிக் குண்டு வரம்பு 1000 மீ. அதே குண்டு இலக்கை நோக்கி 36 கி.மீ/ம வேகத்தில் நகரும் மகிழ்வுந்தில் அதே கோணத்தில் எறிந்தால் வரம்பு  $\frac{1000 \sqrt{\tan \alpha}}{7}$  மீ உயரம் எனக் காட்டு.

The range of a rifle bullet is 1000 m. When  $\alpha$  is the angle of projection. Show that if the bullet is fired with the same elevation from a car travelling 36 km/hr towards the target, the range will be increased by  $\frac{1000 \sqrt{\tan \alpha}}{7}$  m.

17. (அ) இரு வழுவழு கோளங்கள் நேராக மோதும் போது இயக்க ஆற்றலின் இழப்பு காண்.

Find the loss of kinetic energy due to direct impact between two smooth spheres.

Or

(ஆ) ஒரு நிலையான கிடைமட்ட தளத்தின் மீது 'h' என்ற உயரத்திலிருந்து ஒரு பொருள் விழுகிறது. e என்பது மீள்தன்மை கெழு எனில், எம்பி நிறுத்தும் முன் அப்பொருள் கடந்த மொத்த தூரம்  $h \left( \frac{1+e^2}{1-e^2} \right)$  என நிரூபி. மேலும் மொத்த நேரம்  $\frac{1+e}{1-e} \sqrt{\frac{2h}{g}}$  எனக் காட்டு.

A particle falls from a height  $h$  upon a fixed horizontal plane if  $e$  be the coefficient of restitution, show that the whole distance described before the particle has finished rebounding is  $h\left(\frac{1+e^2}{1-e^2}\right)$ . Show also that the

whole time taken is  $\frac{1+e}{1-e} \sqrt{\frac{2h}{g}}$ .

18. (அ) ஓர் எளிய சீரிசை இயக்கத்தின் வரைபட குறியீட்டை விளக்கிக் கூறு.

Describe the geometrical representation of simple harmonic motion.

Or

- (ஆ) ஒரு நகரும் புள்ளியின் இடப்பெயர்ச்சி  $x = a \cos wt + b \sin wt$  என்ற சமன்பாட்டின் மூலம் எந்நேரத்திலும் கொடுக்கப்பட்டால், இயக்கம் ஓர் எளிய சீரிசை இயக்கம் என நிரூபி. மேலும்  $a=3$ ,  $b=4$ ,  $w=2$ , எனில் கால வரை, வீச்சு, மீப்பெரு திசை வேகம் மேலும் மீப்பெரு முடுக்கம் காண்.

If the displacement of a moving point at any time be given by an equation of the form  $x = a \cos wt + b \sin wt$ , show that the motion is simple harmonic. Also if  $a=3$ ,  $b=4$ ,  $w=2$ , then find period, amplitude, maximum velocity and maximum acceleration of the motion.

19. (அ) ஒரு நிலையான திசையில் மாறா திசைவேகம் ' $u$ '-வும், நிலைபுள்ளி O-இருந்து வரையப்பட்ட ஆரம் OP க்கு செங்குத்து திசையில் மாறா திசைவேகம் ' $v$ '-யும் கொண்ட புள்ளி P யின் பாதை O-வை குவியமாக,  $\frac{u}{v}$ -மையப்பிறழ்வாகக் கொண்ட கூம்பின் வளைவு என நிரூபி.

Show that the path of a point P which possesses two constant velocities ' $u$ ' and ' $v$ ' the first of which is in a fixed direction and the second of which is perpendicular to the radius OP drawn from a fixed point O, is a conic whose focus is O and eccentricity is  $\frac{u}{v}$ .

Or

- (ஆ) மாறா திசைவேகமும், நிலையான புள்ளி O வைப்பொறுத்து கோணத்திசைவேகம் ஆனது O புள்ளியிலிருந்து தூரத்துக்கு தலைகீழ் மாறியாகவும் இருக்கும் புள்ளி P வரையறுக்கும் வளைவரை சமகோண சுருளி, அதன் துருவம் O என நிறுவுக. அப்புள்ளியின் முடுக்கம் P-யிற்கு செங்குத்தாகவும் OP-க்கு தலைகீழாக மாறும் என நிரூபி.

A point describes a curve with constant velocity and its angular velocity about a given fixed point O varies inversely as the distance from O, show that the curve is an equiangular spiral whose pole is O and that the acceleration of the point is along the normal at P and varies inversely as OP.

20. (அ) மைய சுற்றுபாதையின் வகைக் கெழு சமன்பாடு ஆயத் தொலைவுகளில் காண்.

Find the differential equation of a central orbit in polar co-ordinates.

Or

- (ஆ) குவியத்தினை நோக்கி எப்பொழுதும் இயங்கும் விசையின் கீழ் ஒரு பொருள் நீள் வட்டமாக நகருகிறது. விசைவிதி, பாதையின் புள்ளியில் திசைவேகம் மற்றும் காலவரை நேரம் காண்.

A particle moves in an ellipse under a force which is always directed towards its focus. Find the law of force, the velocity at any point of the path and its periodic time.

(8 pages)

Reg. No. : .....

Code No. : 30581 E      Sub. Code : SMMA 64

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics — Core

DYNAMICS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. Time taken by the projectile to reach the greatest height is \_\_\_\_\_

(a)  $\frac{u \sin \alpha}{g}$                       (b)  $\frac{u^2 \sin \alpha}{g}$

(c)  $\frac{u \sin 2\alpha}{g}$                       (d)  $\frac{2u \sin \alpha}{g}$

2. The acceleration of a particle moving up a smooth inclined plane of inclination  $\alpha$  to the horizon is \_\_\_\_\_
- (a)  $g \sin \alpha$                       (b)  $g \cos \alpha$   
(c)  $g$                                       (d) None of these
3. Which of the following material balls when impinge on each other has more elasticity?
- (a) glass                                      (b) ivory  
(c) lead                                      (d) iron
4. As per Newton's experimental law, the velocities after impact  $v_2 - v_1 = \frac{\quad}{\quad}$  [where  $u_1, u_2$  - velocities before impact]
- (a)  $-(u_2 - u_1)$                       (b)  $-e(u_1 - u_2)$   
(c)  $e(u_1 - u_2)$                       (d)  $-(u_1 - u_2)$
5. The period of a simple Harmonic motion is
- (a)  $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$                                       (b)  $\frac{\sqrt{2}\pi}{\mu}$   
(c)  $\pi / \mu$                                       (d) None of these

6. In a simple Harmonic motion, the phase at time  $t$  is \_\_\_\_\_

(a)  $t + \frac{\epsilon}{\sqrt{\mu}}$                       (b)  $t + \frac{1}{\sqrt{\mu}}$

(c)  $t - \frac{\epsilon}{\sqrt{\mu}}$                       (d)  $t + \frac{1}{2\epsilon}$

7. The radial component of acceleration is \_\_\_\_\_

(a)  $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$                       (b)  $r\dot{\theta}^2$

(c)  $r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$                       (d)  $\ddot{r} - \dot{\theta}^2$

8. The differential equation of central orbit is \_\_\_\_\_

(a)  $\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = F$

(b)  $\frac{du}{d\theta} + u = \frac{F}{h^2 u^2}$

(c)  $\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u^2 = F$

(d)  $\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = F / h^2 u^2$

9. The transverse component of velocity is \_\_\_\_\_

(a)  $r \dot{\theta}$                       (b)  $\ddot{r}$

(c)  $r \dot{\theta}$                       (d)  $\ddot{r} - r \dot{\theta}^2$

10.  $(p - r)$  equation of the central orbit is \_\_\_\_\_

(a)  $\frac{h}{p^2} \frac{dp}{dr} = F$               (b)  $\frac{h^2}{p} \frac{dp}{dr} = F$

(c)  $\frac{h^2}{p^2} \frac{dp}{dr} = F$               (d)  $\frac{h^2}{p^3} \frac{dp}{dr} = F$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Answer should not exceed 250 words.

11. (a) Show that for a given initial velocity, there are two possible directions of projections to obtain a given horizontal range.

Or

(b) Find the range of a particle projected on an inclined plane.

12. (a) Find the velocity and direction of motion of a smooth sphere after its impact on a fixed smooth plane.

Or

- (b) A ball overtakes another ball of  $m$  times its mass, which is moving with  $\frac{1}{n}th$  of its velocity in the same direction. If the impact reduces the first ball to rest, prove that the coefficient of elasticity is  $\frac{m+n}{m(n-1)}$ .

13. (a) Find the composition of two simple harmonic motions of the same period in two perpendicular directions.

Or

- (b) A particle is moving with SHM and while making an oscillation from one extreme position to the other, its distances from the centre of oscillation at 3 consecutive seconds are  $x_1, x_2, x_3$ . Prove that period of oscillation

is  $\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1+x_3}{2x_2}\right)}$ .

14. (a) Find the polar equation of equiangular spiral.

Or

- (b) Find the velocity and acceleration in polar Co-ordinates.

15. (a) Derive the pedal equation for hyperbola-pole at focus.

Or

- (b) Find the law of force to an internal point under which a body will describe a circle.

PART C — ( $5 \times 8 = 40$  marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Answer should not exceed 600 words.

16. (a) Find the following
- (i) The greatest height attained by a projectile
  - (ii) Time taken to reach the greatest height
  - (iii) Time of flight
  - (iv) Range of projectile.

Or

- (b) The range of a rifle bullet is 1000 m. When  $\alpha$  is the angle of projection? Show that if the bullet is fired with the same elevation from a car travelling 36 km/hr towards the target, the range will be increased by  $\frac{1000 \sqrt{\tan \alpha}}{7}$  m.

17. (a) Find the loss of kinetic energy due to direct impact between two smooth spheres.

Or

- (b) A particle falls from a height  $h$  upon a fixed horizontal plane if  $e$  be the coefficient of restitution, show that the whole distance described before the particle has finished rebounding is  $h \left( \frac{1+e^2}{1-e^2} \right)$ . Show also that the whole time taken is  $\frac{1+e}{1-e} \sqrt{\frac{2h}{g}}$ .

18. (a) Describe the geometrical representation of simple harmonic motion.

Or

- (b) If the displacement of a moving point at any time be given by an equation of the form  $x = a \cos wt + b \sin wt$ , show that the motion is simple harmonic. Also if  $a=3$ ,  $b=4$ ,  $w=2$ , then find period, amplitude, maximum velocity and maximum acceleration of the motion.

19. (a) Show that the path of a point P which possesses two constant velocities ' $u$ ' and ' $v$ ' the first of which is in a fixed direction and the second of which is perpendicular to the radius OP drawn from a fixed point O, is a conic whose focus is O and eccentricity is  $\frac{u}{v}$ .

Or

- (b) A point describes a curve with constant velocity and its angular velocity about a given fixed point O varies inversely as the distance from O, show that the curve is an equiangular spiral whose pole is O and that the acceleration of the point is along the normal at P and varies inversely as OP.
20. (a) Find the differential equation of a central orbit in polar co-ordinates.

Or

- (b) A particle moves in an ellipse under a force which is always directed towards its focus. Find the law of force, the velocity at any point of the path and its periodic time.
-

(6 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 30589 E      Sub. Code : SEMA 6 A**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics — Core

Major Elective III — ASTRONOMY – II

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. On which of the following days, the equation of time is stationary?
  - (a) January 12
  - (b) March 15
  - (c) July 27
  - (d) October 3
  
2. During summer, the longitude of the sun increases from \_\_\_\_\_.
  - (a)  $0^\circ$  to  $90^\circ$
  - (b)  $90^\circ$  to  $180^\circ$
  - (c)  $180^\circ$  to  $270^\circ$
  - (d)  $270^\circ$  –  $360^\circ$

3. The eccentricity of the lunar orbit is \_\_\_\_\_.
- (a)  $\frac{1}{18}$                       (b)  $\frac{1}{16}$
- (c)  $\frac{1}{60}$                         (d)  $\frac{1}{15}$
4. How many times does the path of moon crosses the earth's orbit?
- (a) 12                              (b) 23
- (c) 24                              (d) 25
5. For a total lunar eclipse to occur, the angular distance of the moon's centre from the line of centres of sun and earth must be at most \_\_\_\_\_.
- (a) 22' 8"                        (b) 28' 6"
- (c) 26' 8"                        (d) 25' 6"
6. The minimum number of eclipses in a year is \_\_\_\_\_.
- (a) 1 solar eclipse              (b) 1 lunar eclipse
- (c) 2 lunar eclipse              (d) 2 solar eclipses

7. Which of the following is not an outer planet?
- (a) Mercury                      (b) Mars  
(c) Jupiter                        (d) Saturn
8. The maximum elongation of Venus is nearly \_\_\_\_\_.
- (a)  $28^\circ$                         (b)  $35^\circ$   
(c)  $45^\circ$                         (d)  $38^\circ$
9. Which of the following planets exhibit all phases?
- (a) Venus                         (b) Earth  
(c) Mars                         (d) Pluto
10. Stefan's law suggests that if temperature is doubled, the radiation becomes greater by \_\_\_\_\_ times.
- (a) 2                                (b) 4  
(c) 8                                (d) 16

PART B — ( $5 \times 5 = 25$  marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that the equation of time vanishes four times a year.

Or

- (b) Write in detail about the causes of seasons.

12. (a) Find the relation between sidereal and synodic month.

Or

- (b) Explain about the surface structure of moon.

13. (a) Find the condition for the occurrence of a lunar eclipse.

Or

- (b) Find the length of earth's shadow.

14. (a) Describe about Bode's law.

Or

- (b) Prove that of two planets, the planet nearer to the sun moves with greater angular and linear velocities than the other.

15. (a) Find the elongation of the planets when they are stationary as seen from each other.

Or

- (b) Write about asteroids.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Find an analytic expression for the equation of time.

Or

- (b) Find the actual lengths of various seasons in a year.

17. (a) Explain in detail about lunar librations.

Or

- (b) Write about the metonic cycle, Golden number. Find the epact of the year 1952.

18. (a) Explain in detail about the changes in the elongation of a planet.

Or

- (b) Define sidereal period and synodic period of a planet. Find the relation between them.

19. (a) Discuss on ecliptic limits. Calculate the major and minor ecliptic limits.

Or

- (b) Find the maximum number of eclipses in a year.

20. (a) Write in detail about the different phases of a planet in one synodic revolution.

Or

- (b) Describe the astronomical facts of the planet – Jupiter.
-



2. உறுப்பினர் சார்பின் சரகம்

(அ) {மெய் எண்கள்} (ஆ)  $\{A\}$

(இ)  $X$  (ஈ)  $[0, 1]$

The range of membership function is

(a) {real numbers} (b)  $\{A\}$

(c)  $X$  (d)  $[0, 1]$

3.  $A, B \in \mathcal{F}(X)$  மற்றும்  $\alpha, \beta \in [0, 1]$  எனில்

${}^\alpha(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(அ)  ${}^\alpha(A \cup B)$  (ஆ)  ${}^\alpha A \cup {}^\alpha B$

(இ)  ${}^\alpha A \cap {}^\alpha B$  (ஈ) ஏதுமில்லை

Let  $A, B \in \mathcal{F}(X)$  and  $\alpha, \beta \in [0, 1]$  there

${}^\alpha(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(a)  ${}^\alpha(A \cup B)$  (b)  ${}^\alpha A \cup {}^\alpha B$

(c)  ${}^\alpha A \cap {}^\alpha B$  (d) none

4. முதல் சிதைவு தேற்றம் குறிப்பது

(அ)  $A = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} {}^\alpha A$  (ஆ)  $A = {}_\alpha A$

(இ)  ${}_\alpha A = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} A$  (ஈ)  $A = {}_{\alpha+} A$

First decomposition theorem states

(a)  $A = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} A_\alpha$       (b)  $A = \bigcap_{\alpha} A_\alpha$

(c)  $\bigcap_{\alpha} A_\alpha = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} A_\alpha$       (d)  $A = \bigcap_{\alpha+} A_\alpha$

5.  $u(a, 0)$  ன் மதிப்பு

- (அ) 0      (ஆ)  $a$   
(இ)  $u(a)$       (ஈ)  $u(0)$

The value of  $u(a, 0)$

- (a) 0      (b)  $a$   
(c)  $u(a)$       (d)  $u(0)$

6.  $a, b \in [0, 1]$  மற்றும்  $a \leq b$  எனில்

- (அ)  $C(b) \geq C(a)$       (ஆ)  $C(a) \geq C(b)$   
(இ)  $C(b) = C(a)$       (ஈ)  $C(a) < C(b)$

If  $a, b \in [0, 1]$  and  $a \leq b$ , then

- (a)  $C(b) \geq C(a)$       (b)  $C(a) \geq C(b)$   
(c)  $C(b) = C(a)$       (d)  $C(a) < C(b)$

7.  $A \subseteq E$  மற்றும்  $B \subseteq F$  எனில்

- (அ)  $A/B \subseteq E/F$       (ஆ)  $E - F \subseteq A - B$   
(இ)  $E/F \subseteq A/B$       (ஈ)  $A - F \subseteq B - F$

If  $A \subseteq E$  and  $B \subseteq F$  then

- (a)  $A/B \subseteq E/F$       (b)  $E - F \subseteq A - B$   
(c)  $E/F \subseteq A/B$       (d)  $A - F \subseteq B - F$

8.  $MAX(A,A) = A$  என்பது

- (அ) சமனி      (ஆ) தன்னுக்கு  
(இ) தன்னகப்படுத்தல்      (ஈ) இயைபுடையது

$MAX(A,A) = A$  is

- (a) identity      (b) idempotence  
(c) absorption      (d) associativity

9. தெளிவற்ற முடிவெடுத்தலை அறிமுகப்படுத்தியது

- (அ) பெல்மேன்      (ஆ) பிலின்  
(இ) வின்ஸ்டன்      (ஈ) டேன்சிக்

Fuzzy decision making was introduced by

- (a) Bellman      (b) Blin  
(c) Whinston      (d) Datiz

10. பல நபர் தெளிவில்லா முடிவெடுத்தல் அறிமுக ஆண்டு

- (அ) 1970      (ஆ) 1974  
(இ) 1980      (ஈ) 1982

Multi person decision making was introduced

- (a) 1970      (b) 1974  
(c) 1980      (d) 1982

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (அ) பின்வருவனவற்றை வரையறு :

(i)  $\alpha$ -வெட்டு

(ii) வலுவான  $\alpha$ -வெட்டு

Define the following :

(i)  $\alpha$ -cut

(ii) strong  $\alpha$ -cut

Or

(ஆ) பின்வருவனவற்றை வரையறு :

(i) இடைவெளி மதிப்புடையை தெளிவில்லா கணம்

(ii) L-தெளிவில்லா கணம்.

Define the following :

(i) Interval valued fuzzy sets

(ii) L-fuzzy sets.

12. (அ)  $A, B \in \mathcal{F}(X)$  எனில் அனைத்து  $\alpha, \beta \in [0, 1]$  விற்கும்  ${}^\alpha(A \cap B) = {}^\alpha A \cap {}^\alpha B$  என நிறுவுக.

Let  $A, B \in \mathcal{F}(X)$ , then for all  $\alpha, \beta \in [0, 1]$  prove that  ${}^\alpha(A \cap B) = {}^\alpha A \cap {}^\alpha B$ .

Or

(ஆ)  $f : X \rightarrow Y$  என்பது ஒரு மிருது சார்பு எனில் அனைத்து  $A \in \mathcal{F}(X)$ ல்  $f(A) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} f(\alpha A)$  என

நிறுவுக.

Let  $f : X \rightarrow Y$  be an arbitrary crisp function.

Then for any  $A \in \mathcal{F}(X)$ , prove that

$$f(A) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} f(\alpha A).$$

13. (அ) எந்த ஒரு தெளிவில்லா பூரணமும் அதிகபட்சம் ஒரு சமநிலையைக் கொண்டது என நிறுவுக.

Prove that every fuzzy complement has atmost one equilibrium.

Or

(ஆ)  $t$ -இணை நியமத்தின் ஒப்புக்கொள்ளப்பட்ட உண்மைகளை எழுதுக.

Write the axiom of  $t$ -conorms.

14. (அ) இடைவெளியில் எண்கணித செயல்பாடுகளை விவரி.

Explain the arithmetic operations on intervals.

Or

(ஆ) தெளிவில்லா சமன்பாடுகள் பற்றி சிறு குறிப்பு வரைக.

Write a short note on Fuzzy equations.

15. (அ) தெளிவில்லா மாதிரி கூட்டு முடிவெடுத்தலை விவரி.  
Explain the fuzzy model group decision.

Or

- (ஆ) தெளிவில்லா ஒருபடி திட்டமிடலை விவரி.  
Explain the fuzzy linear programming.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions.

16. (அ) மிருதுகணம் பற்றி விவரிக்க.  
Explain the crisp set in detail.

Or

- (ஆ) தெளிவில்லா கணங்களின் அடிப்படை கருத்துக்களை விவரி.  
Explain the basic concepts of fuzzy sets.

17. (அ) முதல் சிதைவு தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.  
State and prove first decomposition theorem.

Or

- (ஆ) தெளிவில்லா கணங்களின் விரிவாக்க கொள்கையை விவரி.  
Explain the extension principle for fuzzy sets.

18. (அ)  $a, b \in [0, 1]$  எனில்  $i_{\min}(a, b) \leq i(a, b) \leq \min(a, b)$  என நிறுவுக.  
If  $a, b \in [0, 1]$ , then prove that  $i_{\min}(a, b) \leq i(a, b) \leq \min(a, b)$ .

Or

(ஆ)  $t$ -நியமத்தின் வகைப்படுத்தல் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.  
State and prove characterization theorem of  $t$ -Norms.

19. (அ)  $* \in \{+, -, \cdot, / \}$  மற்றும்  $A, B$  என்பது தொடர்ச்சியுடைய தெளிவில்லா எண்கள் எனில் தெளிவில்லா கணம்  $A * B$ ,  
 $(A * B)(z) = \sup_{z=x*y} \min[A(x), B(y)]$  என்று

வரையறுக்கப்பட்ட தொடர்ச்சியுடைய தெளிவில்லா எண் என நிறுவுக.

Let  $* \in \{+, -, \cdot, / \}$  and let  $A, B$  denote continuous fuzzy numbers. Then prove that the fuzzy set  $A * B$  defined by  $(A * B)(z) = \sup_{z=x*y} \min[A(x), B(y)]$  is a continuous fuzzy number.

Or

(ஆ) தெளிவில்லா எண்களின் பின்னல் தட்டியை விவரி.  
Explain the lattice of fuzzy numbers.

20. (அ) தனிநபர் முடிவெடுத்தலை விவரி.  
Explain the individual decision making.

Or

(ஆ) பலநபர் முடிவெடுத்தலை விவரி.  
Explain the multiperson decision making.



3. Let  $A, B \in \mathfrak{F}(X)$  and  $\alpha, \beta \in [0, 1]$  there  
 ${}^\alpha(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- (a)  ${}^\alpha(A \cup B)$                       (b)  ${}^\alpha A \cup {}^\alpha B$   
(c)  ${}^\alpha A \cap {}^\alpha B$                       (d) none
4. First decomposition theorem states
- (a)  $A = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} {}^\alpha A$                       (b)  $A = {}_\alpha A$   
(c)  ${}_\alpha A = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} A$                       (d)  $A = {}_{\alpha+} A$
5. The value of  $u(a, 0)$
- (a) 0    (b)  $a$   
(c)  $u(a)$                                       (d)  $u(0)$
6. If  $a, b \in [0, 1]$  and  $a \leq b$ , then
- (a)  $C(b) \geq C(a)$                       (b)  $C(a) \geq C(b)$   
(c)  $C(b) = C(a)$                       (d)  $C(a) < C(b)$
7. If  $A \subseteq E$  and  $B \subseteq F$  then
- (a)  $A/B \subseteq E/F$                       (b)  $E - F \subseteq A - B$   
(c)  $E/F \subseteq A/B$                       (d)  $A - F \subseteq B - F$

8.  $MAX(A,A) = A$  is
- (a) identity
  - (b) idempotence
  - (c) absorption
  - (d) associativity
9. Fuzzy decision making was introduced by
- (a) Bellman
  - (b) Blin
  - (c) Whinston
  - (d) Datiz
10. Multi person decision making was introduced
- (a) 1970
  - (b) 1974
  - (c) 1980
  - (d) 1982

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Define the following :
- (i)  $\alpha$ -cut
  - (ii) strong  $\alpha$ -cut

Or

- (b) Define the following :
- (i) Interval valued fuzzy sets
  - (ii) L-fuzzy sets.

12. (a) Let  $A, B \in \mathcal{F}(X)$ , then for all  $\alpha, \beta \in [0, 1]$  prove that  ${}^\alpha(A \cap B) = {}^\alpha A \cap {}^\alpha B$ .

Or

- (b) Let  $f: X \rightarrow Y$  be an arbitrary crisp function. Then for any  $A \in \mathcal{F}(X)$ , prove that  $f(A) = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} f({}_\alpha A)$ .

13. (a) Prove that every fuzzy complement has at most one equilibrium.

Or

- (b) Write the axiom of  $t$ -conorms.

14. (a) Explain the arithmetic operations on intervals.

Or

- (b) Write a short note on Fuzzy equations.

15. (a) Explain the fuzzy model group decision.

Or

- (b) Explain the fuzzy linear programming.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions.

16. (a) Explain the crisp set in detail.

Or

- (b) Explain the basic concepts of fuzzy sets.

17. (a) State and prove first decomposition theorem.

Or

- (b) Explain the extension principle for fuzzy sets.

18. (a) If  $a, b \in [0, 1]$ , then prove that  $i_{\min}(a, b) \leq i(a, b) \leq \min(a, b)$ .

Or

- (b) State and prove characterization theorem of  $t$ -Norms.

19. (a) Let  $* \in \{+, -, \cdot, / \}$  and let  $A, B$  denote continuous fuzzy numbers. Then prove that the fuzzy set  $A * B$  defined by  $(A * B)(z) = \sup_{z=x*y} \min[A(x), B(y)]$  is a continuous fuzzy number.

Or

- (b) Explain the lattice of fuzzy numbers.

20. (a) Explain the individual decision making.

Or

(b) Explain the multiperson decision making.

---

Reg. No. : .....

Code No. : 30591 B Sub. Code : SEMA 6 D

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics

Major Elective – IV : OPERATIONS RESEARCH–II

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. ஒரு விளையாட்டின் பெரும்சிறும மற்றும் சிறுபெரும் மதிப்புகள் சமமாக இருக்கும் போது, \_\_\_\_\_  
(அ) அது சேணம் புள்ளியாக இருக்கும்  
(ஆ) தீர்வு கிடைக்காது  
(இ) உத்திகள் கலவையாக இருக்கும்  
(ஈ) முடிவுற்ற தீர்வாக இருக்கும்

When maxmin and minmax values of the game are same, than \_\_\_\_\_

- (a) There is a saddle point
- (b) Solution does not exist
- (c) Strategies are mixed
- (d) Infinite solution

2. இரண்டிற்கு மேற்பட்ட ஆட்டக்காரர்கள் ஒரு விளையாட்டில் ஈடுபட்டால் அது \_\_\_\_\_

- (அ) சீரற்ற விளையாட்டு
- (ஆ) பேச்சுவார்த்தைக்குப்ப்பட்ட விளையாட்டுகள்
- (இ) முரண்பட்ட விளையாட்டு
- (ஈ) n-நபர்களின் விளையாட்டுகள்

Games which involve more than, two players are called \_\_\_\_\_

- (a) Biased games
- (b) Negotiable games
- (c) Conflicting games
- (d) n-person games

3. மாற்றுதலுக்கான கணக்கு \_\_\_\_\_ பற்றி கருத்தில் எடுத்தக்கொள்வதில்லை.

- (அ) வரைபட ரீதியாக மோசமடைந்த பொருளை
- (ஆ) தீவிரன செயல்பாட்டை இழந்த பொருளை
- (இ) உகந்த மாற்று இடைவெளியை தீர்மானிப்பதை
- (ஈ) லாபத்தை ஈடுசெய்ய ஒரு பொருளை பராமரிப்பது

The problem of replacement is not concerned about the \_\_\_\_\_

- (a) Items are deteriorate graphically
- (b) Items that fails suddenly
- (c) Determination of optimum replacement interval
- (d) Maintenance of an item to work out profitability

4. பணத்தின் நேர மதிப்பு கருதப்படும் போது \_\_\_\_\_

- (அ) செலவு தள்ளுபடி செய்யப்பட வேண்டும்
- (ஆ) செலவினங்களின் நேரம் முக்கியம்
- (இ) தற்போதைய மதிப்பு காரணிகள் எடைகளாக செயல்படுகின்றன.
- (ஈ) மேற்கண்ட அனைத்தும்

When time value of money is considered \_\_\_\_\_

- (a) Cost need to be discounted
- (b) Timing of incurrence of costs in important
- (c) The present value factors serve as the weights
- (d) All of the above

5. பின்வருவனவற்றுள் எது சரியானது அல்ல?
- (அ) வரிசைக் கோட்பாடு என்பது வாடிக்கையாளர்களின் வருகை சேவையைப் பெறுதல் மற்றும் அமைப்பினை விட்டு வெளியேறுதல் போன்ற சூழ்நிலையைக் கையாள்கிறது
- (ஆ) வரிசைக் கோட்பாட்டில் வாடிக்கையாளர்கள் எனப்படுபவர்கள் மனிதர்கள், இயந்திரங்கள் மற்றும் கடிதங்கள் மற்றும் பல ஆகியவற்றை உள்ளடக்கியது
- (இ) ஒரு வரிசை என்பது வாடிக்கையாளர்களுக்கு சேவை செய்யக் காத்திருப்பதை குறிக்கிறது
- (ஈ) வரிசைக் கோட்பாட்டின் ஆய்வு மேலாளருக்கு உகந்த அளவிலான சேவையை நிறுவ உதவுகிறது

Which of the following is not correct?

- (a) Queuing theory deals with situations where customers arrive, wait for the service, get the service and leave the system
- (b) Customers, in queuing theory might include humans, machines, ships, letters and so on
- (c) A queue refers to physical presence of the customers waiting to be served.
- (d) A study of queuing theory help the manager to establish an optimum level of service

6. பல சேவையகங்கள் என்பது \_\_\_\_\_
- (அ) இணையாக இருக்கலாம்
  - (ஆ) தொடரில் இருக்கலாம்
  - (இ) இணையாக மற்றும் தொடராக இருக்கலாம்
  - (ஈ) மேற்கண்ட அனைத்தும்

Multiple serves may be \_\_\_\_\_

- (a) In parallel
  - (b) In series
  - (c) In combination of parallel and series
  - (d) All of the above
7. Critical path analysis-ல் CPM என்ற வார்த்தையின் பொருள்
- (அ) Critical Path Method
  - (ஆ) Crash Project Management
  - (இ) Critical Project Management
  - (ஈ) Critical Path Management

In critical path analysis, the word CPM means

- (a) Critical Path Method
- (b) Crash Project Management
- (c) Critical Project Management
- (d) Critical Path Management

8. செயல்பாட்டு மந்தமான நேரத்திற்கு பொதுவாக பயன்படுத்தப்படும் சொல் \_\_\_\_\_
- (அ) மந்தநிலை அற்ற  
(ஆ) சுயாதீன மந்தநிலை  
(இ) மொத்த மந்தநிலை  
(ஈ) மேற்கூறிய அனைத்தும்

The term commonly used for activity slack time is \_\_\_\_\_

- (a) Free float                      (b) Independent float  
(c) Total float                      (d) All of the above

9. பொதுவாக சரக்குகளின் கட்டமைப்பு என்பது \_\_\_\_\_
- (அ) நிரப்புதல் காலத்தில் தேவையை பூர்த்தி செய்ய  
(ஆ) பற்றாக்குறைத் தவிர்க்க இருப்பு சரக்குகளை எடுத்துச்செல்ல  
(இ) சந்தை நிலைமைகளுக்கு ஏற்ப மாற்றிக் கொள்ள  
(ஈ) மேற்கூறிய அனைத்தும்

Inventories in general are build up \_\_\_\_\_

- (a) Satisfy demand during period of replenishment  
(b) Carry reserve stocks to avoid shortages  
(c) Keep place with changing market conditions  
(d) All of the above

10. எந்த செலவுகள் ஆர்டர் அளவுடன் மாறுபடும்?

- (அ) அலகு செலவு மட்டும்  
(ஆ) வைத்திருக்கும் செலவு மட்டும்  
(இ) மறு ஒழுங்கு செலவு மட்டும்  
(ஈ) இவை அனைத்தும்

Which cost can vary with order quantity?

- (a) Unit cost only (b) Holding cost only  
(c) Re-order cost only (d) All of these

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) பின்வரும் செலுத்தல் அணியை உடைய விளையாட்டை கருத்தில் கொள்க.

விளையாடுபவர் B

$$\text{விளையாடுபவர் A} \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

விளையாட்டு கண்டிப்பாக தீர்மானிக்கப்பட்டது என நிறுவுக. மேலும் விளையாட்டின் மதிப்பு காண்க.

Consider the game with the following payoff matrix

$$\begin{array}{c} \text{Player B} \\ \text{Player A} \end{array} \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Show that the game is strictly determinable. Also find the value of the game.

Or

- (ஆ) பின்வரும் செலுத்துதல் அணியைக் கொண்ட விளையாட்டிற்கான உகந்த உத்திகள் மற்றும் விளையாட்டின் மதிப்பு தீர்மானிக்க.

$$P_1 \begin{matrix} & P_2 \\ \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

For the game with the following payoff matrix determine the optimum strategies and the value of the game

$$P_1 \begin{matrix} & P_2 \\ \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

12. (அ) இயந்திரம் A-ன் விலை ரூ.90,000 வருடாந்திர இயக்க செலவு, முதல் வருடத்திற்கு ரூ.200 மற்றும் அது வருடத்திற்கு ரூ.2,000 வீதம் உயர்த்தப்படுகிறது. அந்த இயந்திரத்தை மாற்றுவதற்கான சிறந்த வயதினைக் கணக்கிடுக. மேலும், மாற்றத்திற்கான உகந்த கொள்கை பின்பற்றப்படுகிறது எனில், அந்த இயந்திரத்தினை வைத்திருக்க மற்றும் இயக்குவதற்கு ஆகும் சராசரி வருடாந்திர செலவு என்ன?

Machine A costs Rs.9,000. Annual operating cost are Rs.200 for the first year, and the increase by Rs.2,000 every year. Determine the best age at which to replace the machine. If the optimum replacement policy is followed, what will be the average yearly cost of owning and operating the machine?

Or

(ஆ) தனிப்பட்ட மாற்று கொள்கை பற்றி விவரிக்க.

Explain individual replacement policy.

13. (அ) ஒரு சாலை வழிப் போக்குவரத்து நிறுவனத்தில் ஒரு நேரத்தில் ஒரு முன்பதிவு கணக்கர் இருக்கிறார். அவர் பஸ் அட்டவணைகளின் தகவல்களைக் கையாளுகிறார் மற்றும் முன்பதிவு செய்கிறார். ஒரு மணி நேரத்திற்கு 8 வாடிக்கையாளர்கள் என்ற விகிதத்தில் வருகிறார்கள் மற்றும் கணக்கர் ஒரு மணி நேரத்திற்கு சராசரியாக 12 வாடிக்கையாளர்களுக்கு சேவை செய்கிறார். உங்களுடைய ஊகங்களுக்கு பிறகு, கீழ்க்கண்டவற்றிற்கு விடையளி.

- (i) கணக்கரின் சேவைக்காக காத்திருக்கும் வாடிக்கையாளர்களின் சராசரி எண்ணிக்கை என்ன?
- (ii) சேவையைப் பெறுவதற்கு முன்னால் காத்திருக்கும் வாடிக்கையாளர்களின் சராசரி நேரம் என்ன?

A road transport company has one reservation clerk on duty at a time. He handles information of bus schedules and makes reservations. Customers arrive at a rate of 8 per hour and the clerk can service 12 customers on an average per hour. After stating your assumptions, answers the following.

- (i) What is the average number of customers waiting for the service of the clerk?
- (ii) What is the average time a customer has to wait before getting service?

Or

(ஆ) ஒரு நாளைக்கு 30 ரயில்கள் என்ற விகிதத்தில் சரக்கு ரயில்கள் ஒரு யார்டில் வருகின்றன என்று வைத்துக் கொள்ளுங்கள், மேலும் வருகைக்கு இடையேயான நேரங்கள் ஒரு அதிவேக விநியோகத்தைப் பின்பற்றுகின்றன என்க. ஒவ்வொரு ரயிலுக்கும் சேவை நேரம் 36 நிமிடங்கள் என அதிவேகத்தில் கணக்கிடப்படுகிறது. யார்டில் 9 ரயில்களை நிறுத்திக் கொள்ள முடிந்தால் (10 கோடுகள் உள்ளன. அவற்றில் ஒன்று போக்குவரத்திற்காக உள்ளது), எனில் காலியான நிகழ்தகவைக் கணக்கிடுக மற்றும் சராசரி வரிசை நீளத்தினைக் காண்க.

Assume that the goods trains are coming in a yard at the rate of 30 trains per day and suppose that the inter arrival times follow an exponential distribution. The service time for each train is assumed to be exponential with an average of 36 minutes. If the yard can admit 9 trains at a time (there being 10 lines, one of which is reserved for shunting purpose), calculate the probability that the yard is empty and find the average queue length.

14. (அ) முக்கியமான பாதை மற்றும் திட்டத்தின் காலம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

நிகழ்வு	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
முன்னோடி	-	-	A	B	C,D	C,D	E	E	F,G	H,I
காலம் (நாட்கள்)	4	6	9	7	4	4	3	6	9	4

Find the critical path and duration of project:

Activity :	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Predecessor :	-	-	A	B	C,D	C,D	E	E	F,G	H,I
Duration (days)	4	6	9	7	4	4	3	6	9	4

Or

(ஆ) ஒரு திட்டம் பின்வரும் கால அட்டவணையைக் கொண்டுள்ளது.

நிகழ்வு		1-2	1-3	1-4	2-5	3-6	3-7
நேரம் வாரங்களில்		2	2	1	4	8	5
நிகழ்வு		4-6	5-8	6-9	7-8	8-9	
நேரம் வாரங்களில்		3	1	5	4	3	

PERT வலைபின்னல் கட்டமைக்க மற்றும் முக்கியமான பாதையை மற்றும் அதன் காலத்தினையும் கணக்கிடுக.

A project has the following time schedule :

Activity	1-2	1-3	1-4	2-5	3-6	3-7
Time in week	2	2	1	4	8	5
Activity	4-6	5-8	6-9	7-8	8-9	
Time in week	3	1	5	4	3	

Construct PERT network and compute the critical path and its duration.

15. (அ) ஒரு எண்ணெய் இயந்திர உற்பத்தியாளர் ஒரு பகுதி ரூ.42 வீதம் மசகு எண்ணெயினை விற்பனையாளரிடம் இருந்து கொள்முதல் செய்கிறார். இதன் தேவை வருடத்திற்கு ரூ.1,800. ஒரு ஆர்டரின் வரிகை அளவு என்னவாக இருக்க வேண்டும். ஒரு ஆர்டரை வைப்பதற்காக ஒரு ரூபாய்க்கு சரக்கு சுமக்கும் கட்டணம் 20 பைசா மட்டுமே

An oil engine manufacturer purchases lubricants at the rate of Rs.42 per piece from a vender. The requirements of these lubricants is Rs.1,800 per year. What should be the order quantity per order, if the cost per placement of an order is Rs.16 and inventory carrying charge per rupee per year is only 20 paise.

Or

(ஆ) ஒரு ஒப்பந்தகாரர் ஒரு ஆட்டோ மொபைல் உற்பத்தியாளருக்கு ஒரு நாளைக்கு ரூ.10,000 தாங்கு உருளைகள் வழங்க வேண்டும். அவர் ஒரு தயாரிப்பு ஓட்டத்தைத் தொடங்கும் போது, ஒரு நாளைக்கு 25,000 தாங்கு உருளைகள் உருவாக்க முடியும் என்று அவர் கண்டறிந்துள்ளார். ஒரு வருடத்திற்கு ஒரு தாங்கி வைத்திருப்பதற்கான செலவு ரூ.2 மற்றும் ஒரு உற்பத்தி ஓட்டத்தின் அமைவு செலவு ரூ.1,800 ஆகும். உற்பத்தி ஓட்டம் எவ்வளவு அடிக்கடி செய்யப்பட வேண்டும்?

A contractor has to supply 10,000 bearing per day to an automobile manufacturer. He find that, when he starts a production run, he can produce 25,000 bearing per day. The cost of holding a bearing in stock for one year is Rs.2 and the set up cost of a production run is Rs.1,800. How frequently should production run be made?

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) கீழ்க்கண்ட  $2 \times 4$  விளையாட்டை வரைபட முறையில் தீர்க்க

விளையாடுபவர் B

$B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4$

விளையாடுபவர் A  $A_1 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

Solve the following  $2 \times 4$  game graphically :

$$\begin{array}{c} \text{Player B} \\ B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4 \\ \text{Player A} \quad A_1 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \\ A_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Or

(ஆ) கீழ்க்காணும் விளையாட்டின் செலுத்துதல் அணியைத் தீர்க்க.

$$\begin{array}{c} B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4 \\ A_1 \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \\ A_2 \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ A_3 \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Solve the game whose payoff matrix is given below :

$$\begin{array}{c} B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4 \\ A_1 \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \\ A_2 \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ A_3 \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

17. (அ) பணத்தின் மதிப்பு வருடத்திற்கு 10% எனக் கருதப்பட்டும், ஒவ்வொரு 3 வருடங்களுக்குப் பிறகு இயந்திரம் A மாற்றப்படும் என்று வைத்துக் கொள்வோம், அதே சமயம் ஒவ்வொரு ஆறு வருடங்களுக்கும் பின்னர் இயந்திரம் B மாற்றப்படுகிறது. இரண்டு இயந்திரங்களுக்கும் ஆண்டு செலவுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

ஆண்டு :	1	2	3	4	5
இயந்திரம் A :	1000	200	400	1000	200
இயந்திரம் B :	1700	100	200	300	400

எந்த இயந்திரத்தை வாங்க வேண்டும் என்பதைத் தீர்மானிக்கவும்.

Let the value of money be assumed to be 10% per year and suppose that machine A is replaced after 3 years whereas machine B is replaced after every six years. The yearly costs of both the machines are given below :

Year :	1	2	3	4	5
Machine A :	1000	200	400	1000	200
Machine B :	1700	100	200	300	400

Determine which machine should be purchased.

Or

(ஆ) டிஜிட்டல் கணினியில் ஒரு குறிப்பிட்ட வகை டிரான்சிஸ்டர்களுக்கு பின்வரும் தோல்வி விகிதங்கள் காணப்படுகின்றன.

வாரத்தின் முடிவில் :	1	2	3	4	5	6	7	8
இன்றுவரை தோல்வியின் நிகழ்தகவு :	0.05	0.13	0.25	0.43	0.68	0.88	0.96	1.00

பழுதான ஒரு டிரான்சிஸ்டரினை மாற்றுவதற்கான செலவு ரூ.1.25. இந்த டிரான்சிஸ்டர்கள் அனைத்தும ஒரே நேரத்தில் நிலையான இடைவெளியில் மாற்றவும், தனிப்பட்ட டிரான்சிஸ்டர்கள் சேவையில் தோல்வியடையும் போது, அவற்றை மாற்றவும் முடிவு செய்யப்படுகிறது. குழு மாற்றுவதற்கான செலவு ஒரு டிரான்சிஸ்டருக்கு 30 பைசா என்றால், குழு மாற்றுகளுக்கு இடையிலான சிறந்த இடைவெளி என்ன? டிரான்சிஸ்டருக்கு எந்த குழுமாற்று விலையில் கண்டிப்பாக தனிப்பட்ட மாற்று கொள்கை ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடிய விரும்பத்தக்க கொள்கையாக இருக்கும்?

The following failure rates have been observed for a certain type of transistors in a digital computer:

End of the week :	1	2	3	4	5	6	7	8
Probability of failure rate :	0.05	0.13	0.25	0.43	0.68	0.88	0.96	1.00

The cost of replacing an individual failed transistor is Rs.1.25. The decision is made to replace all these transistors simultaneously at fixed intervals and to replace the individuals transistors as they fail in service. If the costs of group replacement in 30 paise per transistor, what is the best interval between group replacement?

18. (அ) ஒரு பொதுத் தொலைபேசி சாவடியில் வாடிக்கையாளர்களின் வருகை விகிதம் ஒரு வாடிக்கையாளருக்கும் அடுத்த வாடிக்கையாளருக்கும் இடையில் சராசரியாக 10 நிமிடங்கள் பாய்சான் பரவலைக் கொண்டுள்ளது. தொலைபேசியின் காலம் அதிவேகப் பரவலை பின்பற்றுவதாக கருதப்படுகிறது, சராசரி நேரம் 3 நிமிடங்கள்.

- (i) சாவடிக்கு வரும் ஒருவர் காத்திருக்க வேண்டிய நிகழ்த்தகவு என்ன?
- (ii) அவ்வப்போது உருவாகும் வெற்று அல்லாத வரிசைகளின் சராசரி நீளம் என்ன?
- (iii) மகாநகர் தொலைபேசி நிகாம் லிமிடெட் இரண்டாவது சாவடியை நிறுவும் போது, வாடிக்கையாளர்கள் அழைப்பு விடுக்க குறைந்தபட்சம் 3 நிமிடங்கள் காத்திருக்க வேண்டும் என்று வாடிக்கையாளர்கள் எதிர்பார்க்கிறார்கள். இரண்டாவது சாவடியை நியாயப்படுத்த வாடிக்கையாளர்களின் ஓட்டம் எவ்வளவு நேரம் அதிகரிக்க வேண்டும்.
- (iv) தொலைபேசி பயன்பாட்டில் இருக்கும் ஒரு நாளின் பகுதியை மதிப்பிடுங்கள்  
தொலை பேசிக்காக காத்திருக்கும் அவரது அழைப்பை முடிக்க அவருக்கு 10 நிமிடங்களுக்கு மேல் எடுக்கும் நிகழ்த்தகவு என்ன?

The rate of arrival of customers at a public telephone both follows Poisson distribution with an average time of 10 minutes between one customer and the next. The duration of a phone call is assumed to follow exponential distribution, with mean time of 3 minutes.

- (i) What is the probability that a person arriving at the both will have to wait?
- (ii) What is the average length of the non-empty queues that form from time to time?
- (iii) The Mahanagar telephone Nigam Ltd. will install a second booth when it is convinced that the customers would except waiting for at last 3 minutes for their turn to make a call. By how much time should the flow of customers increase in order to justify a second booth estimate the fraction of a day the phone will be in.
- (iv) What is the probability that it will take him more than 10 minutes altogether to wait for phone and complete his call?

Or

(ஆ) ஒரு சூப்பர் மார்கெட்டில் இரண்டு பெண்கள் கவுண்டரில் சேவை செய்கிறார்கள். வாடிக்கையாளர்கள் பாய்சான் பேஷனில் ஒரு மணி நேரத்திற்கு 12 என்ற விகிதத்தில் வாடிக்கையாளர்களுக்கு வருகிறார்கள். சேவை நேரம் ஒவ்வொரு வாடிக்கையாளர்களுக்கு அதிவேகத்தில் 6 நிமிடங்கள் என எடுத்துக் கொள்ளப்படும், எனில்

- (i) சேவையைப் பெறுவதற்கு வந்த வாடிக்கையாளர்கள் காத்திருக்கும் நேரத்தின் நிகழ்தகவு
- (ii) அமைப்பில் சராசரியாக உள்ள வாடிக்கையாளர்களை கண்டறிக.
- (iii) சாடிக்கையாளர்கள் சூப்பர் மார்கெட்டில் செலவழிக்கும் சராசரி நேரம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

A super market has two girls serving at the counters. The customers arrive in a Poisson fashion at the rate of 12 hour. The service time for each customer is exponential with mean 6 minutes. Find

- (i) The probability that an arriving customer has to wait for service
- (ii) The average number of customers in the system, and
- (iii) The average time spent by a customer in the super-market.

19. (அ) ஒரு சிறிய திட்டம் ஏழு நிகழ்தகவுகளை உள்ளடக்கியது, அவை தொடர்பான தரவுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

நிகழ்வுகள் முந்தைய நிகழ்வுகள் நிகழ்வுக்கான காலம்  
(நாட்கள்)

A	–	4
B	–	7
C	–	6
D	A,B	5
E	A,B	7
F	C,D,E	6
G	C,D,E	4

- (i) நெட்வொர்க்கினை வரைக மற்றும் திட்ட முழுமைக்காலத்தினைக் காண்க.
- (ii) ஒவ்வொரு நிகழ்வுகளுக்குமான மொத்த மிதவையைக் கணக்கிடுக, மற்றும் முக்கியமான பாதையை முன்னிலைப்படுத்தவும்.

A small project consists of seven activities for which the relevant data are given below:

Activity	Preceding activity	Activity duration (Days)
A	–	4
B	–	7
C	–	6
D	A,B	5

Activity    Preceding activity    Activity duration  
(Days)

E	A,B	7
F	C,D,E	6
G	C,D,E	4

- (i) Draw the network and find the project completion time.
- (ii) Calculate total float for each of the activities and highlight the critical path.

Or

(ஆ) எட்டு நிகழ்வுகளைக் கொண்ட ஒரு திட்டம், கீழ்க்கண்ட தொடர்புடைய தகவல்களைக் கொண்டுள்ளது.

நிகழ்வு    உடனடி    கணிக்கப்பட்ட காலம் (நாட்கள்)  
முன்னோடி

		நம்பிக்கை	மிகவும் விரும்பிய	அவ நம்பிக்கை
A	–	1	1	7
B	–	1	4	7
C	–	2	2	8
D	A	1	1	1

நிகழ்வு உடனடி கணிக்கப்பட்ட காலம் (நாட்கள்)  
முன்னோடி

		நம்பிக்கை	மிகவும் விரும்பிய	அவ நம்பிக்கை
E	B	2	5	14
F	C	2	5	8
G	D,E	3	6	15
H	F,G	1	2	3

- (i) PERT-ஐ வரைய மற்றும் எதிர்பார்க்கப்பட்ட திட்ட நிறைவு காலத்தினையும் காண்க.
- (ii) நிகழ்வு F-ன் சராசரி காலம் 14 நாட்கள் அதிகரித்தால் 95% நிச்சியத்தன்மை உடைய எதிர்பார்க்கப்பட்ட திட்டத்தின் காலத்தில் ஏற்படும் தாக்கம் என்ன. ( $z=1.465$ ,  $p(0 \leq z \leq 1.645) = 0.45$ )

A project consists of eight activities with the following relevant information.

Activity	Immediate	Estimated duration (days)		
		Optimistic	Most likely	Pessimistic
A	-	1	1	7
B	-	1	4	7
C	-	2	2	8
D	A	1	1	1
E	B	2	5	14

Activity	Immediate	Estimated duration (days)		
		Optimistic	Most likely	Pessimistic
F	C	2	5	8
G	D,E	3	6	15
H	F,G	1	2	3

- (i) Draw the PERT and find out the expected project completion time.
- (ii) What duration will have 95% confidence for project completion?
- (iii) If the average duration for activity F increase to 14 days, what will be its effect on the expected project completion time which will have 95% confidence? (For  $z=1.465$ ,  $p(0 \leq z \leq 1.645) = 0.45$ )

20. (அ) பற்றாக்குறை இல்லாத நிர்ணய கரக்கு கணக்குகளில், மொத்த சரக்கு செலவு குறைக்கப்படும் போது, உகந்த பொருளாதார ஒழுங்கு அளவினை (EOQ) தீர்மானிக்கவும் மேலும் அதன் பண்புகளைப் பெறுக. Determine an optimum economic order quantity (EOQ) when the total inventory cost is minimized for the deterministic inventory problem with no shortages. Also obtain its characteristics.

Or

(ஆ) பற்றாக்குறை இல்லாத நிர்ணய சரக்கு கணக்குகளில் வரையறுக்கப்பட்ட நிரப்புதலுடன் கூடிய உகந்த பொளாதார ஒழுங்கு அளவினை (EOQ) தீர்மானிக்கவும். மேலும் அதன் பண்புகளைப் பெறுக.

Determine an optimum economic order quantity (EOQ) for the problem with finite replenishment production. Also obtain its characteristic.

---

Reg. No. : .....

**Code No. : 30591 E    Sub. Code : SEMA 6 D**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics

Major Elective – IV : OPERATIONS RESEARCH–II

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. When maxmin and minmax values of the game are same, than \_\_\_\_\_
  - (a) There is a saddle point
  - (b) Solution does not exist
  - (c) Strategies are mixed
  - (d) Infinite solution

2. Games which involve more than, two players are called \_\_\_\_\_
- (a) Biased games      (b) Negotiable games  
(c) Conflicting games   (d) n-person games
3. The problem of replacement is not concerned about the \_\_\_\_\_
- (a) Items are deteriorate graphically  
(b) Items that fails suddenly  
(c) Determination of optimum replacement interval  
(d) Maintenance of an item to work out profitability
4. When time value of money is considered \_\_\_\_\_
- (a) Cost need to be discounted  
(b) Timing of incurrence of costs in important  
(c) The present value factors serve as the weights  
(d) All of the above

5. Which of the following is not correct?
- (a) Queuing theory deals with situations where customers arrive, wait for the service, get the service and leave the system
  - (b) Customers, in queuing theory might include humans, machines, ships, letters and so on
  - (c) A queue refers to physical presence of the customers waiting to be served.
  - (d) A study of queuing theory help the manager to establish an optimum level of service
6. Multiple serves may be \_\_\_\_\_
- (a) In parallel
  - (b) In series
  - (c) In combination of parallel and series
  - (d) All of the above
7. In critical path analysis, the word CPM means
- (a) Critical Path Method
  - (b) Crash Project Management
  - (c) Critical Project Management
  - (d) Critical Path Management

8. The term commonly used for activity slack time is

- (a) Free float                      (b) Independent float  
(c) Total float                      (d) All of the above

9. Inventories in general are build up

- (a) Satisfy demand during period of replenishment  
(b) Carry reserve stocks to avoid shortages  
(c) Keep pace with changing market conditions  
(d) All of the above

10. Which cost can vary with order quantity?

- (a) Unit cost only                      (b) Holding cost only  
(c) Re-order cost only                      (d) All of these  
SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Consider the game with the following payoff matrix

$$\begin{array}{c} \text{Player B} \\ \text{Player A} \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Show that the game is strictly determinable.  
Also find the value of the game.

Or

- (b) For the game with the following payoff matrix determine the optimum strategies and the value of the game

$$P_1 \begin{matrix} & P_2 \\ \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

12. (a) Machine A costs Rs.9,000. Annual operating cost are Rs.200 for the first year, and the increase by Rs.2,000 every year. Determine the best age at which to replace the machine. If the optimum replacement policy is followed, what will be the average yearly cost of owning and operating the machine?

Or

- (b) Explain individual replacement policy.
13. (a) A road transport company has one reservation clerk on duty at a time. He handles information of bus schedules and makes reservations. Customers arrive at a rate of 8 per hour and the clerk can service 12 customers on an average per hour. After stating your assumptions, answers the following.

- (i) What is the average number of customers waiting for the service of the clerk?
- (ii) What is the average time a customer has to wait before getting service?

Or

- (b) Assume that the goods trains are coming in a yard at the rate of 30 trains per day and suppose that the inter arrival times follow an exponential distribution. The service time for each train is assumed to be exponential with an average of 36 minutes. If the yard can admit 9 trains at a time (there being 10 lines, one of which is reserved for shunting purpose), calculate the probability that the yard is empty and find the average queue length.

14. (a) Find the critical path and duration of project:

Activity :	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Predecessor :	-	-	A	B	C,D	C,D	E	E	F,G	H,I
Duration (days)	4	6	9	7	4	4	3	6	9	4

Or

(b) A project has the following time schedule :

Activity	1-2	1-3	1-4	2-5	3-6	3-7
----------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Time in week	2	2	1	4	8	5
--------------	---	---	---	---	---	---

Activity	4-6	5-8	6-9	7-8	8-9
----------	-----	-----	-----	-----	-----

Time in week	3	1	5	4	3
--------------	---	---	---	---	---

Construct PERT network and compute the critical path and its duration.

15. (a) An oil engine manufacturer purchases lubricants at the rate of Rs.42 per piece from a vender. The requirements of these lubricants is Rs.1,800 per year. What should be the order quantity per order, if the cost per placement of an order is Rs.16 and inventory carrying charge per rupee per year is only 20 paise.

Or

- (b) A contractor has to supply 10,000 bearing per day to an automobile manufacturer. He find that, when he starts a production run, he can produce 25,000 bearing per day. The cost of holding a bearing in stock for one year is Rs.2 and the set up cost of a production run is Rs.1,800. How frequently should production run be made?

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Solve the following  $2 \times 4$  game graphically :

$$\begin{array}{c} \text{Player B} \\ B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4 \\ \text{Player A} \quad A_1 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \\ \quad \quad \quad A_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Or

- (b) Solve the game whose payoff matrix is given below :

$$\begin{array}{c} B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4 \\ A_1 \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \\ A_2 \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ A_3 \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

17. (a) Let the value of money be assumed to be 10% per year and suppose that machine A is replaced after 3 years whereas machine B is replaced after every six years. The yearly costs of both the machines are given below :

Year :	1	2	3	4	5
Machine A :	1000	200	400	1000	200
Machine B :	1700	100	200	300	400

Determine which machine should be purchased.

Or

- (b) The following failure rates have been observed for a certain type of transistors in a digital computer:

End of the week :	1	2	3	4	5	6	7	8
Probability of failure rate :	0.05	0.13	0.25	0.43	0.68	0.88	0.96	1.00

The cost of replacing an individual failed transistor is Rs.1.25. The decision is made to replace all these transistors simultaneously at fixed intervals and to replace the individual transistors as they fail in service. If the costs of group replacement in 30 paise per transistor, what is the best interval between group replacement?

18. (a) The rate of arrival of customers at a public telephone both follows Poisson distribution with an average time of 10 minutes between one customer and the next. The duration of a phone call is assumed to follow exponential distribution, with mean time of 3 minutes.
- (i) What is the probability that a person arriving at the both will have to wait?
  - (ii) What is the average length of the non-empty queues that form from time to time?
  - (iii) The Mahanagar telephone Nigam Ltd. will install a second booth when it is convinced that the customers would

except waiting for at last 3 minutes for their turn to make a call. By how much time should the flow of customers increase in order to justify a second booth estimate the fraction of a day the phone will be in.

- (iv) What is the probability that it will take him more than 10 minutes altogether to wait for phone and complete his call?

Or

- (b) A super market has two girls serving at the counters. The customers arrive in a Poisson fashion at the rate of 12 hour. The service time for each customer is exponential with mean 6 minutes. Find

- (i) The probability that an arriving customer has to wait for service  
(ii) The average number of customers in the system, and  
(iii) The average time spent by a customer in the super-market.

19. (a) A small project consists of seven activities for which the relevant data are given below:

Activity	Preceding activity	Activity duration (Days)
A	–	4
B	–	7

Activity	Preceding activity	Activity duration (Days)
C	–	6
D	A,B	5
E	A,B	7
F	C,D,E	6
G	C,D,E	4

- (i) Draw the network and find the project completion time.
- (ii) Calculate total float for each of the activities and highlight the critical path.

Or

- (b) A project consists of eight activities with the following relevant information.

Activity	Immediate	Estimated duration (days)		
		Optimistic	Most likely	Pessimistic
A	–	1	1	7
B	–	1	4	7
C	–	2	2	8
D	A	1	1	1
E	B	2	5	14
F	C	2	5	8
G	D,E	3	6	15
H	F,G	1	2	3

- (i) Draw the PERT and find out the expected project completion time.
- (ii) What duration will have 95% confidence for project completion?
- (iii) If the average duration for activity F increase to 14 days, what will be its effect on the expected project completion time which will have 95% confidence? (For  $z=1.465$ ,  $p(0 \leq z \leq 1.645) = 0.45$ )

20. (a) Determine an optimum economic order quantity (EOQ) when the total inventory cost is minimized for the deterministic inventory problem with no shortages. Also obtain its characteristics.

Or

- (b) Determine an optimum economic order quantity (EOQ) for the problem with finite replenishment production. Also obtain its characteristic.







- (b) Calculate  $\phi_{0.97}(v, w)$  for each of the following pairs of  $v$  and  $w$  :
- (i)  $v = 01101101, w = 1000110$
  - (ii)  $v = 00101, w = 11010$
  - (iii)  $v = 10110, w = 01001$

12. (a) Prove that a linear code of dimension  $k$  contains precisely  $2^k$  code words.

Or

- (b) If  $G$  is a generator matrix for a linear code  $C$  of length  $n$  and dimension  $k$ , then prove that  $v = uG$  ranges over all  $2^k$  words in  $C$  as  $u$  ranges over all  $2^k$  words of length  $k$ .

13. (a) Let  $C$  be a linear code with parity-check matrix.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \text{ Find}$$

- (i) a generator matrix for  $C^\perp$ ,
- (ii) a generator matrix for  $C$ .

Or

- (b) List all the cosets of the linear code  $C = \{0000, 1011, 0101, 1110\}$ .

14. (a) Can there exist perfect codes for the values  $n = 23$  and  $d = 7$ .

Or

- (b) Find generating and parity-check matrices of an extended Hamming code for a linear code with generator matrix.

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

15. (a) For a cyclic code  $C = \{0000, 1010, 0101, 1111\}$ , find the generator polynomial  $g(x)$  and then represent each word as a multiple of  $g(x)$ .

Or

- (b) Find a basis and generating matrix for the linear cyclic code of length  $n = 7$  with generator polynomial  $g(x) = 1 + x + x^3$ .

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (a) Explain why a channel with  $p = 0$  is uninteresting.

Or

- (b) Let  $C$  be the code of all words of length 3. Add a parity-check digit to the code words in  $C$  and use the resulting code to answer the following questions.
- (i) If 1101 is received can we detect an error?
  - (ii) If 1101 is received what code words were most likely to have been transmitted?
  - (iii) If any word of length 4 that is not in the code, closed to a unique code word?

17. (a) Develop the algorithms to find bases for a linear code and its dual.

Or

- (b) Find a generator matrix for the linear code generated by each of the following sets. Give the parameters  $(n, k, d)$  for each code.
- (i)  $S = \{11111\ 111, 11110000, 11001100, 10101010\}$
  - (ii)  $S = \{100100100, 010010010, 001001001, 111111111\}$
  - (iii)  $S = \{101101, 011010, 110111, 000111, 110000\}$ .

18. (a) If  $C$  is a linear code of length  $n$  and dimension  $k$  with generator matrix  $G$  in standard form, then prove that the first  $k$ -digits in the code word  $v = uG$  form the word  $u$  in  $K^k$ .

Or

- (b) For each of the following codes, use SDA to decode the given received words.

(i)  $C = \{0000, 1001, 0101, 1100\}$

- (1)  $w = 1110$ ,      (2)  $w = 1001$ ,  
(3)  $w = 0101$

(ii)  $C = \{111000, 001110, 100011\}$

- (1)  $w = 101010$ , (2)  $w = 011110$ ,      (3)  
 $w = 011001$

19. (a) What is a lower and an upper bound on the size or the dimension  $k$  of a code with  $n = 9$  and  $d = 5$ ?

Or

- (b) List seven important facts about the extended Golay code  $C_{24}$  with generator matrix  $G = [I, B]$ .

20. (a)  $g(x) = 1 + x^4 + x^6 + x^7 + x^8$  generates a 2 error-correcting linear cyclic code C of length 15. Use decoding linear cyclic codes algorithm, decode the received word  $w = 110011100111000$  that were encoded using C.

Or

- (b) Prove that every cyclic code contains a unique idempotent polynomial which generates the code.
-

(6 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 30593 E      Sub. Code : SEMA 6 F**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics

Major Elective IV – PROGRAMMING IN C

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. C Programs are converted into machine language with the help of
  - (a) An Editor
  - (b) A Compiler
  - (c) An Operating System
  - (d) None of the above

2. Every program statement must terminated with
  - (a) Colon
  - (b) Semicolon
  - (c) Underscore
  - (d) Comma
  
3. Which operator from the following has the lowest priority?
  - (a) assignment
  - (b) division
  - (c) comma
  - (d) conditional
  
4. Relational operators cannot be used on \_\_\_\_\_.
  - (a) Structure
  - (b) Long
  - (c) String
  - (d) Float
  
5. Which of the following cannot be checked in a switch case statement?
  - (a) character
  - (b) integer
  - (c) float
  - (d) enum
  
6. \_\_\_\_\_ statement is used to exit the switch statement.
  - (a) If
  - (b) Break
  - (c) Else
  - (d) Nested

7. Set of consecutive memory locations is called as  
(a) loop (b) array  
(c) pointer (d) function
8. The maximum number of dimension an array can have in C is \_\_\_\_\_.  
(a) 3 (b) 4  
(c) 5 (d) Compiler dependent
9. A function which calls itself is called a \_\_\_\_\_ function.  
(a) self (b) auto  
(c) recursive (d) static
10. How many functions are required to create recursive functionality?  
(a) one (b) two  
(c) more than two (d) none of the above

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (a) Explain in detail about constants with example.
- Or
- (b) Describe about C character set with example.

12. (a) Write a brief account on special operators.

Or

(b) Write a C program to calculate factorial of a given number.

13. (a) Explain in detail about switch statement with example.

Or

(b) Write a brief note on formatted input with example.

14. (a) Write a C program to print the numbers in ascending order.

Or

(b) Describe in detail about string handling functions with example.

15. (a) Define function. Discuss about functions with example.

Or

(b) Write a brief note on Recursion.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (a) Describe in detail about data types with example.

Or

- (b) Write a brief account on assigning values to variables with example.

17. (a) Elaborate note on operators and its types with example.

Or

- (b) Explain about precedence of arithmetic operators with example.

18. (a) Detail account on if statement and its types with example.

Or

- (b) Discuss about looping statements with example.

19. (a) Illustrate about two dimensional arrays with example.

Or

- (b) Describe in detail about reading strings from terminal.

20. (a) Explain in detail about category of functions with example.

Or

(b) Write a brief account on scope, visibility and lifetime of variables.

---

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2020

SIXTH SEMESTER

Mathematics

Major Elective OPERATION RESEARCH - II

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time: Three hours

Maximum: 75 marks

Part A (10 x 1 = 10 Marks)

Answer all Questions, Choose the correct answer

1. இரு நபர் - பூஜ்ஜிய தொகை விளையாட்டு என்பதன் பொருள்  
 (அ) விளையாடுபவர் ஒருவரின் நஷ்ட தொகையானது மற்றொரு விளையாடுபவரின் இலாபத் தொகைக்கு சமம்  
 (ஆ) விளையாடுபவர் ஒருவரின் நஷ்ட தொகையானது மற்றொரு விளையாடுபவரின் இலாபத் தொகைக்கு சமமில்லை.

(இ) (அ) மற்றும் (ஆ) (ஈ) மேற்கண்ட எதுவுமில்லை

Two person Zero – sum game means that the

- a) Sum of losses to one player is equal to the sum of gains to other  
 b) Sum of losses to one player is not equal to the sum of gains to other  
 c) Both (a) and (b) d) None of the above

2. கலப்பு தந்திர விளையாட்டின் தீர்வானது -----

- (அ) இயற்கணித முறை (ஆ) அணி முறை  
 (இ) வரைபட முறை (ஈ) மேற்கண்ட அனைத்தும்

A mixed strategy game can be solved by .....

- (a) algebraic method (b) matrix method  
 (c) graphical method (d) all of the above

3. மாற்றுச் செலவு கணிப்பு மற்றும் உறுதியான பொருளாதார மாற்றுக் கொள்கை சம்பந்தப்பட்டது என்ன?

- (அ) தேடல் கோட்பாடு (ஆ) மாற்றுக் கோட்பாடு  
 (இ) நிகழ்தகவு கோட்பாடு (ஈ) மேற்கண்ட அனைத்தும்

What is concerned with the prediction of replacement costs and determination of the most economic replacement policy?

- (a) Search Theory (b) Theory of replacement  
 (c) Probabilistic Programming (d) none of the above

4. மாற்று மாதிரி ----- மாதிரி

- (அ) நிலையான மாதிரி (ஆ) டைனமிக் மாதிரி  
 (இ) (அ) மற்றும் (ஆ) (ஈ) மேற்கண்ட எதுவுமில்லை

## Continuation Sheet

Replacement model is a----- model

(a) Static Model

(b) Dynamic Model

(c) Both (a) and (b)

(d) none of the above

5. ஒரு வரிசையின் அளவானது  $n$ -க்கு அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

அ)  $\frac{\rho}{1-\rho}$

ஆ)  $\rho^n$

இ)  $1 - \rho$

ஈ)  $\frac{\rho}{1+\rho}$

Probability of queue size being greater than equal to  $n$  is

a)  $\frac{\rho}{1-\rho}$

b)  $\rho^n$

c)  $1 - \rho$

d)  $\frac{\rho}{1+\rho}$

6. ஒரு ஒழுங்கு வரிசை முறையில் வருகை ----- பரவலைச் சாரும்.

அ) ஈருறுப்பு

ஆ) பாய்சான்

இ) இயல்நிலை

ஈ) அடுக்குக்குறி

In a queueing system arrival follows ----- distribution.

a) binomial

b) poisson

c) normal

d) exponential

7. தீர்மானப்பாதையில்  $(i, j)$  என்ற வேலை இருந்தால்.

அ)  $ES_i > LS_i$

ஆ)  $ES_i < LS_i$

இ)  $ES_i = LS_i$

ஈ)  $ES_i = 2LS_i$

In activity  $(i, j)$  is on the critical path, then

a)  $ES_i > LS_i$

b)  $ES_i < LS_i$

c)  $ES_i = LS_i$

d)  $ES_i = 2LS_i$

8. CPM - ல் வேலை நேரங்கள் சார்ந்த வகையானது.

அ) குறிப்பிட்ட மதிப்புடையது

ஆ) நம்பிக்கைவுடைமை

இ) நிகழ்தகவு சார்ந்தது

ஈ) நம்பிக்கையின்மை

In CPM, the task times are

a) deterministic

b) optimistic

c) probabilistic

d) pessimistic

9. பற்றாக்குறையுடன் உள்ள EOQ கணக்கில் மறுதேவை அளவு

அ)  $Q_1^0 - Q^0$

ஆ)  $Q^0 - Q^0$

இ)  $Q_0^0 - Q_1^0$

ஈ)  $\frac{Q^0 - Q_1^0}{2}$

In EOQ problem with shortages reorder level is

a)  $Q_1^0 - Q^0$

b)  $Q^0 - Q^0$

c)  $Q_0^0 - Q_1^0$

d)  $\frac{Q^0 - Q_1^0}{2}$

10. மிகச்சிறிய முழுவருட கையிருப்பு செலவை காணும் சூத்திரம் யாது?

அ)  $\sqrt{\frac{2C_s}{DC_1}}$

ஆ)  $\sqrt{\frac{DC_1}{2C_s}}$

இ)  $\sqrt{2DC_1C_2}$

ஈ)  $\sqrt{\frac{D}{2C_sC_1}}$

Minimum total annual inventory cost is given by the formula

a)  $\sqrt{\frac{2C_s}{DC_1}}$

b)  $\sqrt{\frac{DC_1}{2C_s}}$

c)  $\sqrt{2DC_1C_2}$

d)  $\sqrt{\frac{D}{2C_sC_1}}$

11. அ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அணி இருநபர்கள்  $P_1$  மற்றும்  $P_2$  என்பவருக்கும் இடையேயான செவ்வக விளையாட்டை குறிக்கிறது. அதன் தீர்வை காண்க.

$$P_1 \begin{matrix} & P_2 \\ \begin{bmatrix} 8 & 15 & -4 & -2 \\ 19 & 15 & 17 & 16 \\ 0 & 20 & 15 & 5 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

The following matrix represents the payoff to  $P_1$  in a rectangular game between two persons  $P_1$  and  $P_2$ .

$$P_1 \begin{matrix} & P_2 \\ \begin{bmatrix} 8 & 15 & -4 & -2 \\ 19 & 15 & 17 & 16 \\ 0 & 20 & 15 & 5 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

(அல்லது)

ஆ) வரைபடம் மூலம் தீர்க்க.

விளையாடுபவர் A

$$\text{விளையாடுபவர் B} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & -2 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Solve by graphical method

Player A

$$\text{Player B} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & -2 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

12. அ) ஒரு இயந்திரத்தின் விலை ரூபாய் 6100 அதன் ஸ்கிராப் மதிப்பு ரூபாய் 100. அதன் பராமரிப்பு செலவு அதன் பயன்பாட்டின் அடிப்படையில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எந்த ஆண்டில் அந்த இயந்திரத்தை மாற்ற வேண்டும்.

The cost of a machine is Rs. 6,100 and its scarp value is Rs. 100. The maintenance costs found from experience are as follows.

Year	1	2	3	4	5	6	7	8
Maintenance cost (in Rs.)	100	250	400	600	900	1200	1600	2000

When should the machine be replaced?

(அல்லது)

ஆ) இயந்திரம் A-யின் ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கான இயக்க செலவு மற்றும் மறுவிற்பனை விலை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அந்த இயந்திரத்தின் வாங்கிய விலை ரூபாய் 10000. அந்த இயந்திரத்தை மாற்ற உகந்த நேரம் எது?

ஆண்டு	1	2	3	4	5	6	7
இயக்க செலவு (ரூ)	1,500	1,900	2,300	2,900	3,600	4,500	5,500
மறுவிற்பனை விலை (ரூ)	5,000	2,500	1,250	600	400	400	400

The data on the operating costs per year and resale price of equipment A whose purchase price is Rs. 10,000 are given below.

Year	1	2	3	4	5	6	7
Operating cost (Rs.)	1,500	1,900	2,300	2,900	3,600	4,500	5,500
Resale value (Rs.)	5,000	2,500	1,250	600	400	400	400

What is the optimum period for replacement?

13. அ)  $\lambda = 6$ ,  $\mu = 12$ ,  $N = 3$  எனில்  $E(n)$ ,  $E(w)$ ,  $E(m)$  ஆகியவற்றைக் காண்க.

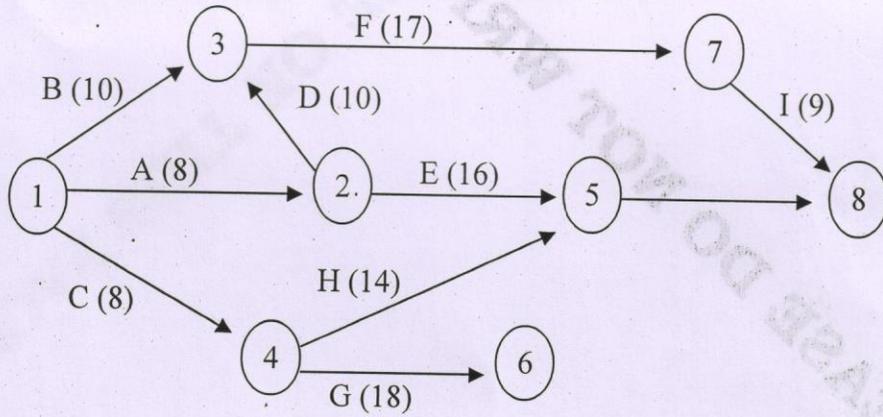
If  $\lambda = 6$ ,  $\mu = 12$ ,  $N = 3$  find  $E(n)$ ,  $E(w)$  and  $E(m)$ .

(அல்லது)

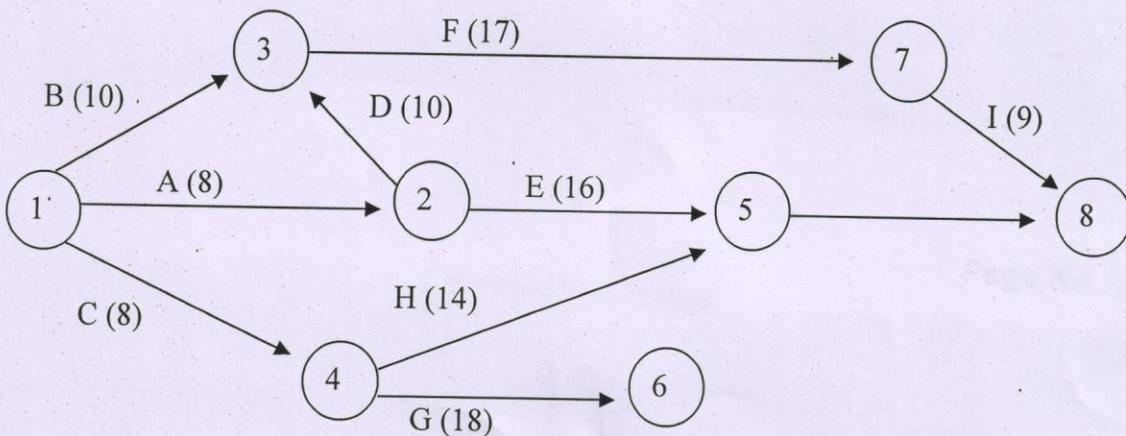
ஆ)  $(M/M/1) : (\infty / FCFS)$  மாதிரியில், ஒழுங்குவரிசை முறையில் வாடிக்கையாளர்களின் சராசரி எண்ணிக்கையை காணும் சூத்திரத்தை வருவி.

In the  $(M/M/1) : (\infty / FCFS)$  for the formula for finding the average number of customers in the system.

14. அ) கீழே உள்ள வலைபின்னலுக்கு தீர்மானிக்கும் பாதையைக் காண்க.



Find the critical path for the network given below.



(அல்லது)

ஆ) கீழ்க்கண்ட கட்டுப்பாடுகளுக்கு உட்பட்ட ஒரு வலைப்பின்னல் வரைபடம் வரைக.

$B < E, F; C < G, L; E, G < H; L, H < I; L < M; H < N; H < J; I, J < P; P < Q$

Construct the network diagram for the following constraints.

$B < E, F; C < G, L; E, G < H; L, H < I; L < M; H < N; H < J; I, J < P;$

$P < Q$

15. அ) ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளானது வருடத்திற்கு 18,000 அலகுகள் தேவைப்படுகின்றன. சேகரிப்பிற்கான செலவு ரூ. 400 மற்றும் கையிருப்பு செலவு வருடத்திற்கு பொருளுக்கு ரூ. 1.20 மாற்றி அமைத்தல் உடனடியாக ஆனால் பற்றாக்குறை இல்லாமல் அனுமதிக்கப்படுகிறது எனில்:

i. பொருளாதார பங்கு அளவு.

ii. வருடத்திற்கு வரவழைக்கும் பொருள்களின் எண்ணிக்கை.

iii. வரிசைகளுக்கு இடைப்பட்ட நேரம்.

iv. ஒரு பொருளுக்கான விலை ரூ. 1 எனில் வருடத்திற்கு மொத்த விலை ஆகியவற்றைக் காண்க.

The demand for a particular item is 18,000 units per year. The holding cost per unit is Rs. 1.20 per year and the cost of one procurement is Rs. 400. No shortages are allowed and the replacement rate is instantaneous.

Determine:

i. Optimum order quantity

ii. Number of orders per year.

iii. Time between orders and

iv. Total cost per year when the cost of one unit is Re. 1

(அல்லது)

ஆ) கையிருப்பின் வகைகள் யாவை? அவைகள் ஏன் வைத்திருக்கப்படுகிறது?

What are the types of inventory? Why they are maintained?

16. அ) மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விளையாட்டினைத் தீர்க்க.

Player A	Player B					
	I	II	III	IV	V	VI
1	4	2	0	2	1	1
2	4	3	1	3	2	2
3	4	3	7	-5	1	2
4	4	3	4	-1	2	2
5	4	3	3	-2	2	2

Solve the following game.

Player A	Player B					
	I	II	III	IV	V	VI
1	4	2	0	2	1	1
2	4	3	1	3	2	2
3	4	3	7	-5	1	2
4	4	3	4	-1	2	2
5	4	3	3	-2	2	2

(அல்லது)

ஆ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அணியினை நேரியல் நிரலாக்க முறையில் தீர்க்க.

விளையாடுபவர் B

$$\text{விளையாடுபவர் A} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & -3 \end{bmatrix}$$

Solve the following game by linear programming.

Player B

$$\text{Player A} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & -3 \end{bmatrix}$$

17. அ) ஒரு இயந்திரத்தின் விலை ரூபாய் 10000 அதன் இயக்க செலவு முதல் 5 ஆண்டுகளுக்கு ரூபாய் 500. 6-வது ஆண்டு மற்றும் அதன் பின் வரும் வருடங்களில் இயக்க செலவு ரூபாய் 100 அதிகரிக்கிறது. வருட தள்ளுபடி தொகை 10% என எடுத்துக் கொண்டால் எந்த உகந்த நேரத்தில் இயந்திரத்தை மாற்ற வேண்டும்.

A machine costs Rs. 10,000. Operating costs are Rs. 500 per year for the first five years. In the sixth and succeeding years operating cost increases by Rs. 100 per year. Assuming a 10% discount rate of money per year, find the optimum length of time to hold the machine before we replace it?

(அல்லது)

ஆ) ஒரு உற்பத்தியாளர் இரு இயந்திரங்கள் A மற்றும் B யை வழங்குகிறார். A -யின் மதிப்பு ரூ.5000 மற்றும் அதன் இயக்க செலவு முதல் 5 ஆண்டுகளுக்கு ரூ.800 எனவும் 6-வது ஆண்டு மற்றும் அதன் பின் வரும் வருடங்களில் ரூ.200 அதிகரிக்கிறது. இயந்திரம் B-யின் கொள்ளளவு A யை போன்றது அதன் மதிப்பு ரூ.2500 மற்றும் அதன் இயக்க செலவு முதல் 5 ஆண்டுகளுக்கு ரூ.1200 எனவும் 6-வது ஆண்டு மற்றும் அதன் பின் வரும் வருடங்களில் ரூ.200 அதிகரிக்கிறது. பணத்தின் வருட மதிப்பு 10% எனில் எந்த இயந்திரத்தை வாங்க வேண்டும்.

A manufacturer is offered two machines A and B. A is priced at Rs. 5,000 and running costs are estimated at Rs. 800 for each of the first five years, increasing by Rs. 200 per year in the sixth and subsequent years Machine B, which has the same capacity as A, costs Rs. 2,500 but will have running costs of Rs. 1,200 per year for six years, increasing by Rs. 200 per year thereafter.

If money is worth 10% per year, which machine should be purchased?

18. (a) ஒரு தொலைபேசி சாவடியில் வருகை பாய்சான் முறையில் சராசரி இடைவருகை நேரம் 5 நிமிடம் என்றவாறு உள்ளது. ஒரு தொலைபேசி அழைப்பின் சராசரி நேரம் 2 நிமிடங்களுடன் அடுக்குக்குறி பரவலில் அமைந்து இருக்கிறது என்றால்.

1. புதிதாக்க வருபவர் தொலைபேசிக்காக காத்திருக்க வேண்டிய நிகழ்தகவு யாது?
2. சராசரியாக அந்த சாவடியில் உள்ளவர்கள் எத்தனை பேர்?
3. ஒருவருகை 10 நிமிடங்களுக்கு மேல் காத்திருக்க வேண்டியதன் நிகழ்தகவு என்ன?

Arrivals at a telephone booth are considered to be Poission with an average time of 5 minutes between one arrival and the next. The duration of the phone call is assumed to be distributed exponentially with mean 1 minutes.

1. What is the probability that a person arriving at a booth will have to wait?
2. Find the average number of persons in the system.
3. What is the probability that the waiting time is more than 10 minutes?

(b) ஒரு பல் பொருள் அங்காடியில் ஒரு காசாளர் உள்ளார் அவசர நேரத்தில் வாடிக்கையாளர்களின் வருகை 1 மணி நேரத்திற்கு 20 வாடிக்கையாளர்கள். சராசரியாக 1 மணி நேரத்திற்கு 24 வாடிக்கையாளர்களுக்கு காசாளரால் வேலை முடித்து கொடுக்கப்படுகிறது. ஒற்றை சேவை வரிசை மாதிரியின் சட்டதிட்டங்களை எடுத்துக் கொண்டால்

- காசாளர் வேலை இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?
- வரிசை மாதிரியில் சராசரி வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை என்ன?
- வரிசை மாதிரியில் சராசரியாக வாடிக்கையாளர்கள் செலவிடும் நேரம் என்ன?
- வரிசையில் காத்திருக்கும் வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை என்ன?
- வரிசையில் காத்திருக்கும் வாடிக்கையாளர் சேவைக்காக காத்திருக்கும் சராசரி நேரம் என்ன?

A departmental store has a single cashier. During the rush hours, customers arrive at a rate of 20 customers per hour. The average number of customers that can be processed by the cashier is 24 per hour. Assume that the conditions for use of the single channel queueing model apply?

- What is the probability that the cashier is idle?
- What is the average number of customers in the queueing system ?
- What is the average time a customer spends in the system?
- What is the average number of customers in the queue?
- What is the average time a customer spends in the queue waiting time for service?

19. (a) கூட்டமைப்பிற்கான விதியை விவரி. (OR)

Explain the rules of network construction.

(b) PERT - ன் படி முறையை விளக்குக.

Write the algorithm for PERT?

20. (a) கையிருப்பினைக் கொள்வதில் உள்ள இலாபங்களைக் கூறுக.

What are the advantages of having inventory?

(அல்லது)

(b) ஒரு ஒப்பந்தக்காரர் ஒரு பொருளை நாள் ஒன்றுக்கு 20,000 அலகுகள் தரவேண்டும். அவரால் ஒரு நாளைக்கு 30,000 அலகுகள் தயாரிக்க இயலும். கையிருப்பில் வைத்திருக்க ஒரு அலகுக்கு ஆகும் செலவு ஒரு வருடத்திற்கு ரூ. 3, ஒவ்வொரு ஆட்டத்திற்குமான நிலையான செலவு ரூ. 50 எனில் எவ்வளவு மற்றும் எப்பொருதெல்லாம் தயாரிக்கப்பட வேண்டும் என்பதைக் காண்க.

1. விலை குறைப்பிற்கான உற்பத்திளின் உத்தம வரிசை அளவைக் காண்க.

அளவு:

$$0 \leq Q_1 < 500$$

$$500 \leq Q_2 < 750$$

$$700 \leq Q_3$$

விலை (ரூபாய்)

Rs. 1000

Rs. 9.25

Rs. 8.75

மாதாந்திர தேவைக்கான உற்பத்தி 200 அலகுகள் அப்பொருளின் இடத்திற்கான செலவு ரூ 350 அதனை சேமித்து வைப்பதற்கான செலவு ஒரு அலகிற்கு 2%

(i) A contractor has to supply an article 20,000 units per day. He can produce 30,000 units per day. The cost of holding one unit in stock is Rs. 3 per year and the setup cost per run is R. 50. How frequently and what size the product run be made?

(ii) Find the optimal order quantity for a product for which the price breaker are as follows.

Quantity

Unit cost

$$0 \leq Q_1 < 500$$

Rs. 1000

$$500 \leq Q_2 < 750$$

Rs. 9.25

$$700 \leq Q_3$$

Rs. 8.75

The monthly demand for the product is 200 unit, the cost of storage is 2% of the unit cost and the cost of ordering is Rs. 350.

(6 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 30593 E      Sub. Code : SEMA 6 F**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
NOVEMBER 2020.

Sixth Semester

Mathematics — Major Elective

PROGRAMMING IN C

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. In C, the first character of the variable should be
  - (a) an integer
  - (b) an alphabet
  - (c) a symbol
  - (d) All the above
  
2. Which of the following statement is wrong?
  - (a)  $5+5=a;$
  - (b)  $SS=12.25;$
  - (c)  $st= 'm'+ 'b';$
  - (d)  $is = 'A' +10;$



7. `int x[5];` this array can hold values in between \_\_\_\_\_ to \_\_\_\_\_
- (a) -32768 to 32767
  - (b) 0 to 255
  - (c) -65564 to 65563
  - (d) -65564 to 65564
8. \_\_\_\_\_ copies one string to another
- (a) `strstr()`
  - (b) `strcpy()`
  - (c) `strcat()`
  - (d) `strcmp()`
9. Following one keyword is used for function not returning any value
- (a) `void`
  - (b) `int`
  - (c) `auto`
  - (d) None of the above
10. By default, function returns \_\_\_\_\_ value
- (a) binary
  - (b) integer
  - (c) float
  - (d) string

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

11. (a) Explain C keywords and identifiers.

Or

- (b) How do you define symbolic constants?  
Explain.

12. (a) Explain arithmetic operators.

Or

- (b) Discuss the bitwise operators.

13. (a) Explain If ... ELSE statement.

Or

- (b) Write a program to find the sum of numbers  
upto 'n' term.

14. (a) Write a note on multi dimensional arrays.

Or

- (b) Write a program to count the vowels present  
in a word

15. (a) Discuss the need for user defined functions.

Or

(b) Write a program to find factorial of a number using recursion.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

16. (a) Discuss on declaration of storage classes.

Or

(b) Explain about declaring variables and constants.

17. (a) Describe the assignment, increment and decrement operators.

Or

(b) Explain the evaluation of expressions.

18. (a) Write a program to find the sum of prime numbers below 100.

Or

(b) Explain

(i) WHILE statement

(ii) Do statement

19. (a) Describe the string handling function.

Or

(b) Write a program to sum the odd numbers present in an array.

20. (a) Discuss the scope, visibility and lifetime of a variable.

Or

(b) Write a program to convert decimal number to binary number using the function.

---

Reg. No. : .....

Code No. : 30573 B Sub. Code : SMMA 41

B.Sc.(CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
NOVEMBER 2020.

Fourth Semester

Mathematics — Core

ABSTRACT ALGEBRA — I

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1.  $(Q^*, \cdot)$  ல் 1 ன் நேர்மாறு

(அ) -1

(ஆ) 0

(இ) 1

(ஈ)  $\infty$

In the group  $(Q^*, \cdot)$ , the inverse of 1 is

(a) -1

(b) 0

(c) 1

(d)  $\infty$

2. பின்வருவனவற்றுள் எது  $(C^*, \cdot)$  யின் உட்குலம் இல்லை?

(அ)  $\{1, i, -1, i\}$  (ஆ)  $\{1, -1\}$

(இ)  $\{1\}$  (ஈ)  $\{i, -i\}$

Which of the following are not subgroups of  $(C^*, \cdot)$ ?

(a)  $\{1, i, -1, i\}$  (b)  $\{1, -1\}$

(c)  $\{1\}$  (d)  $\{i, -i\}$

3.  $(Z_{12}, \oplus)$  என்ற குலத்தில் உள்ள பிறப்பாக்கிகளின் எண்ணிக்கை

(அ) 1, 2, 3, 4 (ஆ) 1, 3, 6, 9

(இ) 1, 5, 7, 11 (ஈ) 2, 3, 5, 7, 11

The set of all generators of group  $(Z_{12}, \oplus)$  is

(a) 1, 2, 3, 4 (b) 1, 3, 6, 9

(c) 1, 5, 7, 11 (d) 2, 3, 5, 7, 11

4.  $G$  என்பது ஒரு முடிவுறுகுலம்.  $H$  என்பது  $G$  யின் உட்குலம் எனில்,  $O(H)$  ஆனது  $O(G)$  ஐ வகுக்கும்.

(அ) லெக்ராஞ்சியின் தேற்றம்

(ஆ) பெர்மாட்டின் தேற்றம்

(இ) ஆய்லரின் தேற்றம்

(ஈ) கோஸியின் தேற்றம்

“If  $G$  is a finite group and  $H$  is any subgroup of  $G$  then the order of  $H$  divides the order of  $G$ ”.  
This theorem is known as

- (a) Lagrange's theorem
- (b) Fermat's theorem
- (c) Euler's theorem
- (d) Cauchy's theorem

5. இரண்டு ஒற்றை வரிசை மாற்றத்தின் பெருக்கல் ஓர்

- (அ) இரட்டை வரிசை மாற்றம்
- (ஆ) சுழல்
- (இ) ஒற்றை வரிசை மாற்றம்
- (ஈ) இதில் எதுவுமில்லை

The product of two odd permutations is an

- (a) even permutation (b) cycle
- (c) odd permutation (d) none of these

6.  $f : (Z, +) \rightarrow (C^*, \cdot)$  என்ற சார்பு  $f(n) = i^n$  என்று  
வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது எனில்  $f$  ஒரு

- (அ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு
- (ஆ) செயல்கோர்த்தல்
- (இ) மேலான சார்பு
- (ஈ) இவை எதுவுமில்லை

The map  $f : (Z, +) \rightarrow (C^*, \cdot)$  given by  $f(n) = i^n$  is

- (a) one-one (b) a homomorphism  
(c) onto (d) none of these

7.  $(Q, +, 1)$  என்ற வளையத்தின் சிறப்பு எண்

- (அ) 1 (ஆ) 0  
(இ) முடிவுறாதது (ஈ) 4

The characteristic of the ring  $(Q, +, 1)$  is

- (a) 1 (b) 0  
(c) infinite (d) 4

8. ஒரு வளையம் பூலியன் வளையம் எனில் —————

- (அ)  $a^2 = e$  அனைத்து  $a \in R$  என்பது பெருக்கல் சமனி  
(ஆ)  $a^2 = e$  அனைத்தும்  $a \in R$   
(இ)  $a^2 = 0$  அனைத்தும்  $a \in R$   
(ஈ)  $a^n = 0$  ஏதேனும்  $n \in R$

A ring is called a Boolean ring if

- (a)  $a^2 = e$  for all  $a \in R$ , where  $e$  is the multiplicative identify  
(b)  $a^2 = e$  for all  $a \in R$   
(c)  $a^2 = 0$  for all  $a \in R$   
(d)  $a^n = 0$  for some  $n \in R$

9.  $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$ ,  
 $q(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$  என்பவை  $F[x]$ ன் உறுப்புகள்.  
 $p(x) = q(x)$  ஆக இருக்க தேவையான மற்றும்  
 போதுமான நிபந்தனை \_\_\_\_\_

(அ)  $a_i > b_i, \forall i \geq 0$       (ஆ)  $a_i = b_i, \forall i \geq 0$

(இ)  $a_i = 0 = b_i, \forall i \geq 0$       (ஈ)  $a_i \neq b_i$

$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$ ,

$q(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$  are defined in  $F[x]$ . Then  
 the sufficient and necessary condition for  
 $p(x) = q(x)$  is

(a)  $a_i > b_i, \forall i \geq 0$       (b)  $a_i = b_i, \forall i \geq 0$

(c)  $a_i = 0 = b_i, \forall i \geq 0$       (d)  $a_i \neq b_i$

10.  $f : z \rightarrow z$  என்ற சார்பு  $f(x) = x^2 + 3$  என  
 வரையறுக்கப்படுகிறது எனில்  $f$  என்பது

(அ) செயல்மாறா கோர்த்தல் வளையம்

(ஆ) செயல்மாறா கோர்த்தல் வளையம் அல்ல

(இ) இயல்மாறா கோர்த்தல் வளையம்

(ஈ) முழு ஒப்புமை வளையம்

The map  $f : z \rightarrow z$  defined by  $f(x) = x^2 + 3$  is

(a) a ring homomorphism

(b) not a ring homomorphism

(c) a ring isomorphism

(d) a ring epimorphism

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ)  $H, K$  என்பன  $G$  யின் உட்குலங்கள் எனில்  $H \cap K$  யும்  $G$  யின் உட்குலம் என்பதை நிறுவுக.

If  $H$  and  $K$  are subgroups of a group  $G$  then prove that  $H \cap K$  is also a subgroup of  $G$ .

Or

- (ஆ)  $G$  ஒரு குலம் எனில் அதன் மையம்  $Z(G)$  என்பது  $G$  யின் உட்குலம் என்பதை நிறுவுக.

Prove that the center of  $G$   $Z(G)$  is a subgroup of  $G$ .

12. (அ) லெக்ராஞ்சியின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

State and Prove Lagrange's theorem.

Or

- (ஆ) ஒவ்வொரு வட்டக்குலமும் அபிலியன் குலம் ஆகும் என நிறுவுக.

Prove that any cyclic group is abelian.

13. (அ)  $f:G \rightarrow G'$  ஒரு செயல்மாறாக் கோர்த்தல் எனில்  $f$  ன் உட்கரு  $G$  யின் ஒரு நேர்மை உட்குலமாகும் என நிறுவுக.

Let  $f:G \rightarrow G'$  be a homomorphism. Prove that the Kernal  $K$  of  $f$  is a normal subgroup of  $G$ .

Or

- (ஆ)  $I(G)$  என்பது  $AutG$  யின் நேர்மை உட்குலம் நிறுவுக.

$I(G)$  is a normal subgroup of  $AutG$  prove.

14. (அ) ஒவ்வொரு களமும் எண்ணரங்கமாகும் என்பதை நிரூபணம் செய்க.

Prove that any field  $F$  is an integral domain.

Or

- (ஆ) ஒரு எண்ணரங்கத்தின் சிறப்பு எண் என்பது பூஜ்ஜியம் அல்லது பகா எண் என்பதை நிறுவுக.

Prove that the characteristic of an integral domain is either 0 or a prime number.

15. (அ)  $f:Z \rightarrow Z_n$  என்ற சார்பு  $f(x) = r$ ,  $r$  என்பது  $x = qn + r$ ,  $0 \leq r < n$  என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது எனில்  $f$  என்பது செயல்மாறாக் கோர்த்தல் என நிறுவுக.

If  $f:Z \rightarrow Z_n$  defined by  $f(x) = r$ , where  $x = qn + r$ ,  $0 \leq r < n$  then prove that  $f$  is homomorphism.

Or

(ஆ)  $R[x]$  என்பது ஒரு எண்ணரங்கம் எனில்  $R$  என்பதும் ஒரு எண்ணரங்கம் ஆகும் என்பதை நிறுவுக.

Prove that  $R[x]$  is an integral domain iff  $R$  is an integral domain.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (அ)  $G\{(a,b) | a \in R^*, b \in R\}$  இதில்  $(a,b)*(c,d) = (ac, bc + d)$  என வரையறுக்கப்பட்டால் ( $G *$ ) ஒரு குலம் என காட்டுக.

Let  $G\{(a,b) | a \in R^*, b \in R\}$ . Then prove that  $G$  is a group under the operation  $*$  defined by  $(a,b)*(c,d) = (ac, bc + d)$ .

Or

(ஆ) குலம்  $G$  யின் இரு உட்குலங்களின் சேர்ப்பு கணம்  $G$  யின் உட்குலமாக இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை ஒன்று மற்றொன்றின் உள் அமையும் என நிரூபி.

Prove that the union of two subgroups of a group  $G$  is a subgroup iff one is contained in the other.

17. (அ) ஆயிலரின் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபிக்கவும்.

“State and prove Euler’s theorem.”

Or

(ஆ)  $H, K$  என்பன  $G$  என்ற குலத்தின் முடிவுறு

உட்குலங்கள் எனில்  $|HK| = \frac{|H||K|}{|H \cap K|}$  என நிறுவுக.

Let  $H, K$  be any two finite subgroups of a

group  $G$ . Then prove that  $|HK| = \frac{|H||K|}{|H \cap K|}$ .

18. (அ) செயலியின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Cayley’s theorem.

Or

(ஆ) செயல்மாறாக் கோர்த்தலின் அடிப்படைத் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

State and prove fundamental theorem of homomorphism.

19. (அ)  $(Z_n, \oplus, \odot)$  என்பது ஒரு வளையம் என்பதை நிரூபி.

Prove that  $(Z_n, \oplus, \odot)$  is a ring.

Or

Page 9 Code No. : 30573 B

(ஆ)  $R$  என்பது சமனி உறுப்புடைய பரிமாற்று வளையம் என்க. சீர்மம்  $M$  என்பது  $R$  ன் மீப்பெரு சீரிய வளையமாக இருப்பதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை  $R/M$  ஒரு களமாகும் என நிறுவுக.

Let  $R$  be a commutative ring with identify. Prove that the ideal  $M$  of  $R$  is maximal iff  $R/M$  is a field.

20. (அ) செயல்மாறாக் கோர்த்தலின் அடிப்படைத் தேற்றத்தை வளையத்தில் எழுதி நிறுவுக.

State and prove fundamental theorem of homomorphism of rings.

Or

(ஆ)  $F[x]$ ல்  $f(x)$ ,  $g(x)$  என்பன இரு உறுப்புகள். இதில்  $g(x) \neq 0$  எனில்  $F[x]$ ல் பல்லுறுப்புக் கோவைகள்  $q(x)$  மற்றும்  $r(x)$  என்பவை  $f(x) = q(x)g(x) + r(x)$  என இருக்கும். இங்கு  $r(x) = 0$  அல்லது  $r(x)$  ன் படி  $g(x)$  ன் படியை விட சிறியது என நிரூபி.

Let  $F$  be a field. Let  $f(x)$  and  $g(x)$  be two polynomials in  $F[x]$  with  $g(x) \neq 0$ . Then prove that there exist unique polynomial  $q(x)$  and  $r(x)$  such that  $f(x) = q(x)g(x) + r(x)$ , where either  $r(x) = 0$  or  $\deg r(x) < \deg g(x)$ .

(7 pages)

Reg. No. : .....

Code No. : 30574 E      Sub. Code : SMMA 51

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
NOVEMBER 2020.

Fifth Semester

Mathematics – Core

ABSTRACT ALGEBRA – II

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. Which one of the following is not true in a vector space  $V$ 
  - (a)  $\alpha \cdot 0 = 0 \forall \alpha \in F$
  - (b)  $0 \cdot v = 0 \forall v \in v$
  - (c)  $\alpha \cdot (uv) = (\alpha u)v$
  - (d)  $\alpha (u + v) = \alpha u + \alpha v$

2. In a vector space, the set of all vectors under addition is a
- (a) field                      (b) ring  
(c) group                      (d) abelian group
3. If  $\dim A = 4$ ,  $\dim B = 3$  and  $\dim(A + B) = 6$  then  $\dim(A \cap B) = ?$
- (a) 1                              (b) 8  
(c) 4                              (d) 2
4. If  $A$  and  $B$  are any two subspaces of a vector space  $V$  then
- (a)  $\dim A + \dim B \leq \dim V$   
(b)  $\dim(A + B) \leq \dim V$   
(c)  $\dim A + \dim B \geq \dim V$   
(d)  $\dim A + \dim B = \dim V$
5. If  $T : V \rightarrow W$  is a linear transformation then
- (a)  $\dim V \leq \dim T(V)$   
(b)  $\dim V = \dim T(V)$   
(c)  $\dim V \geq \dim T(V)$   
(d) None of these

6. If  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t) g(t) dt$  and  $f(t) = t - 2$  then  $\|f\| = ?$

(a)  $\sqrt{\frac{7}{3}}$

(b)  $\frac{3}{7}$

(c)  $\frac{7}{3}$

(d)  $\frac{4}{\sqrt{3}}$

7. The rank of the matrix  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  is

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

8. Choose the matrix for which the inverse exists

(a)  $\begin{pmatrix} 2 & 1.5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

(c)  $\begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{20} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$

(d)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$



12. (a) Prove that  $S = \{(2, -3, 1), (0, 1, 2), (1, 1, 2)\}$  is a basis for  $V_3(\mathbb{R})$ .

Or

- (b) Let  $V$  be a finite dimensional vector space over a field  $F$  and  $A$  be a subspace of  $V$ . Prove that there exists a subspace  $B$  of  $V$  such that  $V = A \oplus B$ .

13. (a) Prove that an orthogonal set of non-zero vectors in an inner product space is linearly independent.

Or

- (b) Find the linear transformation determined by the matrix  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  with respect to the standard basis  $\{e_1, e_2, e_3\}$  in  $V_3(\mathbb{R})$ .

14. (a) Verify Cayley-Hamilton theorem for the

matrix  $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ .

Or

- (b) Find the rank of the matrix  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ .

15. (a) Prove that the characteristic roots of a Hermitian matrix are real.

Or

- (b) Find the matrix of the bilinear form  $f(x, y) = x_1y_2 - x_2y_1$  with respect to the standard basis in  $V_2(\mathbb{R})$ .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Prove that  $\mathbb{R}^n$  is a vector space over  $\mathbb{R}$ .

Or

- (b) If  $A$  and  $B$  are two subspaces of a vector space  $V$  over a field  $F$  then prove that  $\frac{A+B}{A} \cong \frac{B}{A \cap B}$ .

17. (a) (i) Prove that any subset of a linearly independent set in a vector space  $V$  is linearly independent.

- (ii) Let  $V$  be a vector space over a field  $F$ . Let  $S, T \leq V$ . Prove that  $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$ .

Or

- (b) Let  $V$  be a finite dimensional vector space over a field  $F$ . If  $W$  is a subspace of  $V$  then show that  $\dim(V/W) = \dim V - \dim W$ .

18. (a) Prove that every finite dimensional inner product space has an ortho-normal basis.

Or

- (b) If  $V$  and  $W$  are vector spaces of dimensions  $m, n$  respectively over  $F$  then show that  $L(V, W)$  is a vector space of dimension  $m.n$  over  $F$ .

19. (a) State and prove Cayley-Hamilton theorem.

Or

- (b) Find the inverse of  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  by

elementary transformation.

20. (a) Find the eigen values and eigen vector of the

matrix  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 2 \\ 4 & -3 & -1 \end{bmatrix}$ .

Or

- (b) Reduce the quadratic form

$2x_1x_2 - x_1x_3 + x_1x_4 - x_2x_3 + x_2x_4 - 2x_3x_4$  to the diagonal form using Lagrange's method.

Reg. No. : .....

Code No. : 30574 B Sub. Code : SMMA 51

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
NOVEMBER 2020.

Fifth Semester

Mathematics – Core

ABSTRACT ALGEBRA – II

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. ஒரு வெக்டர் வெளி  $V$ -யில் கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது சரியானது அல்ல?

(அ)  $\alpha \cdot 0 = 0 \forall \alpha \in F$

(ஆ)  $0 \cdot v = 0 \forall v \in v$

(இ)  $\alpha \cdot (uv) = (\alpha u)v$

(ஈ)  $\alpha (u + v) = \alpha u + \alpha v$

Which one of the following is not true in a vector space  $V$

- (a)  $\alpha \cdot 0 = 0 \forall \alpha \in F$
- (b)  $0 \cdot v = 0 \forall v \in V$
- (c)  $\alpha \cdot (uv) = (\alpha w) v$
- (d)  $\alpha (u + v) = \alpha u + \alpha v$

2. ஒரு வெக்டர் வெளியில், வெக்டர்களின் கணம் கூட்டலைப் பொறுத்து ஒரு

- (அ) கணம் (ஆ) வளையம்
- (இ) குலம் (ஈ) அபீலியன் குலம்

In a vector space, the set of all vectors under addition is a

- (a) field (b) ring
- (c) group (d) abelian group

3.  $\dim A = 4$ ,  $\dim B = 3$  மற்றும்  $\dim(A + B) = 6$  எனில்  $\dim(A \cap B) = ?$

- (அ) 1 (ஆ) 8
- (இ) 4 (ஈ) 2

If  $\dim A = 4$ ,  $\dim B = 3$  and  $\dim(A + B) = 6$  then  $\dim(A \cap B) = ?$

- (a) 1 (b) 8  
(c) 4 (d) 2

4.  $V$  எனும் வெக்டர் வெளிக்கு  $A$  மற்றும்  $B$  என்பன ஏதேனும் இரு உள்வெளிகள் எனில்

- (அ)  $\dim A + \dim B \leq \dim V$   
(ஆ)  $\dim(A + B) \leq \dim V$   
(இ)  $\dim A + \dim B \geq \dim V$   
(ஈ)  $\dim A + \dim B = \dim V$

If  $A$  and  $B$  are any two subspaces of a vector space  $V$  then

- (a)  $\dim A + \dim B \leq \dim V$   
(b)  $\dim(A + B) \leq \dim V$   
(c)  $\dim A + \dim B \geq \dim V$   
(d)  $\dim A + \dim B = \dim V$

5.  $T : V \rightarrow W$  என்பது ஒரு படி நிலைமாற்றம் எனில்

- (அ)  $\dim V \leq \dim T(V)$   
(ஆ)  $\dim V = \dim T(V)$   
(இ)  $\dim V \geq \dim T(V)$   
(ஈ) இவை ஏதுமில்லை

If  $T : V \rightarrow W$  is a linear transformation then

- (a)  $\dim V \leq \dim T(V)$
- (b)  $\dim V = \dim T(V)$
- (c)  $\dim V \geq \dim T(V)$
- (d) None of these

6.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t) g(t) dt$  மற்றும்  $f(t) = t - 2$  எனில்  
 $\|f\| = ?$

- (அ)  $\sqrt{\frac{7}{3}}$
- (ஆ)  $\frac{3}{7}$
- (இ)  $\frac{7}{3}$
- (ஈ)  $\frac{4}{\sqrt{3}}$

If  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t) g(t) dt$  and  $f(t) = t - 2$  then  
 $\|f\| = ?$

- (a)  $\sqrt{\frac{7}{3}}$
- (b)  $\frac{3}{7}$
- (c)  $\frac{7}{3}$
- (d)  $\frac{4}{\sqrt{3}}$

7.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  என்ற அணியின் தரம் \_\_\_\_\_

(அ) 1 (ஆ) 2

(இ) 3 (ஈ) 4

The rank of the matrix  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  is

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 4

8. தலைகீழ் இருக்கக்கூடிய அணியை தேர்ந்தெடு

(அ)  $\begin{pmatrix} 2 & 1.5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  (ஆ)  $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

(இ)  $\begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{20} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$  (ஈ)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Choose the matrix for which the inverse exists

(a)  $\begin{pmatrix} 2 & 1.5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  (b)  $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

(c)  $\begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{20} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$  (d)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

9.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  என்ற அணியின் சிறப்பியல்பு சமன்பாடு

(அ)  $x^2 - 2x + 7 = 0$  (ஆ)  $x^2 + 2x - 5 = 0$

(இ)  $x^2 - 2x - 5 = 0$  (ஈ)  $x^2 - 2x + 5 = 0$

The characteristics equation of the matrix

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  is \_\_\_\_\_

(a)  $x^2 - 2x + 7 = 0$  (b)  $x^2 + 2x - 5 = 0$

(c)  $x^2 - 2x - 5 = 0$  (d)  $x^2 - 2x + 5 = 0$

10.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  என்ற அணியின் இருபடி வடிவம் \_\_\_\_\_

(அ)  $x^2 + y^2$  (ஆ)  $2xy$

(இ)  $x^2 + 2xy$  (ஈ)  $(x + y)^2$

The quadratic form of the matrix  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  is

- (a)  $x^2 + y^2$  (b)  $2xy$   
(c)  $x^2 + 2xy$  (d)  $(x + y)^2$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ)  $A, B$  என்பன வெக்டர் வெளி  $V$ -ன் உள்வெளிகள் எனில்  $A \cap B$ -யும்  $V$  ன் உள்வெளி என நிறுவுக.  $A \cup B$  என்பது  $V$  ன் உள்வெளியா?

If  $A$  and  $B$  are subspaces of a vector space  $V$  then prove that  $A \cap B$  is also a subspace of  $V$ . In  $A \cup B$  a subspace of  $V$ ?

Or

- (ஆ)  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  என்பது  $T(a, b) = (2a - 3b, a + 4b)$  என்று வரையறுக்கப்பட்டல்  $T$  ஒரு நேரியல் உருமாற்றமா என சோதிக்க.

If  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  defined by  $T(a, b) = (2a - 3b, a + 4b)$  then verify whether  $T$  is a linear transformation or not.

12. (அ)  $S = \{(2, -3, 1), (0, 1, 2), (1, 1, 2)\}$  எனும் கணம்  $V_3(\mathbb{R})$  ன் ஒரு அடிக்கணம் என நிறுவுக.

Prove that  $S = \{(2, -3, 1), (0, 1, 2), (1, 1, 2)\}$  is a basis for  $V_3(\mathbb{R})$ .

Or

- (ஆ)  $V$  என்பது  $F$  என்ற களத்தின் மீது அமைந்த முடிவுறு பரிமாணமுள்ள வெக்டர் வெளி என்க.  $V$  இன் ஒரு உள்வெளி  $A$  எனில்  $V = A \oplus B$  என்றவாறு  $B$  எனும் ஓர் உள்வெளி இருக்கும் என நிரூபி.

Let  $V$  be a finite dimensional vector space over a field  $F$  and  $A$  be a subspace of  $V$ . Prove that there exists a subspace  $B$  of  $V$  such that  $V = A \oplus B$ .

13. (அ) ஒரு உட்பெருக்கல் வெளியில் உள்ள பூச்சியமற்ற செங்குத்து வெக்டர்களின் கணம் ஒரு படிச் சாராதது என நிறுவுக.

Prove that an orthogonal set of non-zero vectors in an inner product space is linearly independent.

Or

(ஆ)  $V_3(\mathbb{R})$ -ல் திட்டமான அடிக்கணம்  $\{e_1, e_2, e_3\}$  ஐப்

பொறுத்து  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  என்ற அணி உருவாக்கும்

நேரியல் உருமாற்றத்தைக் காண்க.

Find the linear transformation determined

by the matrix  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  with respect to the

standard basis  $\{e_1, e_2, e_3\}$  in  $V_3(\mathbb{R})$ .

14. (அ)  $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  என்ற அணிக்கு கெய்லி-ஹேமில்டன்

தேற்றத்தை சரிபார்.

Verify Cayley-Hamilton theorem for the

matrix  $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ .

Or

(ஆ)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  என்ற அணியின் தரத்தைக்

காண்க.

Find the rank of the matrix  
 $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ .

15. (அ) ஓர் ஹெர்மீஷியன் அணியின் சிறப்பியல்பு மூலங்கள் மெய்யானவை என நிரூபி.

Prove that the characteristic roots of a Hermitian matrix are real.

Or

- (ஆ)  $V_2(\mathbb{R})$ -ல் இருமாறி நேரியல் அமைப்பு  $f$  என்பது  $f(x, y) = x_1y_2 - x_2y_1$  என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு  $x = (x_1, x_2)$ ;  $y = (y_1, y_2)$  என்க.  $\{e_1, e_2\}$  என்ற திட்ட அடிக்கணத்தை பொறுத்து  $f$ -க்குரிய அணியினைக் காண்க.

Find the matrix of the bilinear form  $f(x, y) = x_1y_2 - x_2y_1$  with respect to the standard basis in  $V_2(\mathbb{R})$ .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ)  $\mathbb{R}^n$  என்பது  $\mathbb{R}$ -ன் மீது அமைந்த ஓர் வெக்டர் வெளி என நிறுவுக.

Prove that  $\mathbb{R}^n$  is a vector space over  $\mathbb{R}$ .

Or

- (ஆ)  $A$  மற்றும்  $B$  என்பவை  $F$  என்ற களத்தின் மீது அமைந்த வெக்டர் வெளி  $V$  ன் இரு உள்வெளிகள் எனில்  $\frac{A+B}{A} \cong \frac{B}{A \cap B}$  என நிரூபி.

If  $A$  and  $B$  are two subspaces of a vector space  $V$  over a field  $F$  then prove that

$$\frac{A+B}{A} \cong \frac{B}{A \cap B}.$$

17. (அ) (i) வெக்டர்வெளி  $V$ -யில் ஒரு படி சாராத கணத்தின் எந்த ஒரு உட்கணமும் ஒரு படி சாராதது என நிறுவுக.
- (ii)  $F$  என்ற களத்தின் மீது அமைந்த வெக்டர் வெளி  $V$  என்க. மேலும்  $S, T \leq V$  எனில்  $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$  என நிரூபி.

- (i) Prove that any subset of a linearly independent set in a vector space  $V$  is linearly independent.
- (ii) Let  $V$  be a vector space over a field  $F$ . Let  $S, T \leq V$ . Prove that  $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$ .

Or

- (ஆ)  $V$  என்பது  $F$  என்ற களத்தின் மீது அமைந்த முடிவுறு பரிமாணம் உடைய வெக்டர் வெளி என்க.  $V$  யின் உள்வெளி  $W$  எனில்

$$\dim(V/W) = \dim V - \dim W \text{ என காண்பி.}$$

Let  $V$  be a finite dimensional vector space over a field  $F$ . If  $W$  is a subspace of  $V$  then show that  $\dim(V/W) = \dim V - \dim W$ .

18. (அ) ஒவ்வொரு முடிவுறு பரிமாணம் கொண்ட உட்பெருக்கல் வெளிக்கும் ஓரலகு-செங்குத்து அடிக்கணம் உண்டு என நிறுவுக.

Prove that every finite dimensional inner product space has an ortho-normal basis.

Or

(ஆ) களம்  $F$ -ன் மீதான வெக்டர் வெளிகள்  $V, W$  ஆகியவற்றின் பரிமாணங்கள் முறையே  $m, n$  எனில்  $L(V, W)$  என்பது  $m.n$  பரிமாணம் உள்ள  $F$ -ன் மீதான ஒரு வெக்டர் வெளி என காட்டுக.

If  $V$  and  $W$  are vector spaces of dimensions  $m, n$  respectively over  $F$  then show that  $L(V, W)$  is a vector space of dimension  $m.n$  over  $F$ .

19. (அ) கெய்லி-ஹேமில்டனின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Cayley-Hamilton theorem.

Or

(ஆ) 
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$
 என்ற அணியின் தலைகீழ்

அணியினை, ஆதார மாற்றங்கள் மூலம் காண்க.

Find the inverse of 
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$
 by

elementary transformation.

20. (அ)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 2 \\ 4 & -3 & -1 \end{bmatrix}$  என்ற அணியின் பான்மை

மதிப்புகளையும் பான்மை வெக்டர்களையும் காண்க.

Find the eigen values and eigen vector of the

matrix  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 2 \\ 4 & -3 & -1 \end{bmatrix}$ .

Or

(ஆ)  $2x_1x_2 - x_1x_3 + x_1x_4 - x_2x_3 + x_2x_4 - 2x_3x_4$

என்ற இருபடி வடிவத்தை மூலவிட்ட வடிவத்திற்கு லக்ராஞ்சியன் முறையை பயன்படுத்தி சுருக்குக.

Reduce the quadratic form

$2x_1x_2 - x_1x_3 + x_1x_4 - x_2x_3 + x_2x_4 - 2x_3x_4$  to the diagonal form using Lagrange's method.

Reg. No. : .....

Code No. : 5845

Sub. Code : PM AM 32

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
NOVEMBER 2020.

Third Semester

Mathematics – Core

TOPOLOGY – I

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. Which one of the following is not a topology on  $X = \{a, b, c\}$ ?
  - (a)  $\{\phi, X, \{a, b\}, \{b, c\}, \{b\}\}$
  - (b)  $\{\phi, X, \{a, b\}, \{b, c\}, \{b\}, \{c\}\}$
  - (c)  $\{\phi, X, \{a, b\}, \{b, c\}\}$
  - (d)  $\{\phi, X, \{a, b\}\}$

2. Which one of the following is not true?
- (a) If  $A = \{(\frac{1}{n})/n \in \mathbb{Z}^+\}$  then  $\bar{A} = \{0\} \cup A$
- (b) If  $B = \{0\} \cup (1,2)$  then  $\bar{B} = \{0\} \cup [1,2]$
- (c) If  $C = \mathbb{Q}$  then  $\bar{C} = \mathbb{R}$
- (d) If  $D = \mathbb{Z}_+$  then  $\bar{D} = \mathbb{Z}_+ \cup \{0\}$
3. Let  $\pi_1$  be the projection of  $X \times Y$  onto  $X$ . If  $U$  is open in  $X$  then  $\pi_1^{-1}(U)$  is
- (a)  $U$  (b)  $U \times Y$
- (c)  $X \times U$  (d)  $U \times U$
4. If  $f: X \rightarrow Y$  is continuous and  $A$  is a subset of  $X$  then
- (a)  $f(\bar{A}) = \overline{f(A)}$
- (b)  $\overline{f(A)} \subset f(\bar{A})$
- (c)  $f(\bar{A}) \subseteq \overline{f(A)}$
- (d)  $\overline{f(A)} \subseteq f(\bar{A})$
5. With respect to the standard metric on  $\mathbb{R}$ , if  $(5,9) = B(x,\Sigma)$  then
- (a)  $x = 5, \Sigma = 9$
- (b)  $x = 7, \Sigma = 2$
- (c)  $x = 14, \Sigma = 2$
- (d)  $x = 7, \Sigma = 4$

6. If  $d$  is the euclidean metric and  $\rho$  is the square metric on  $\mathbb{R}^n$  then
- (a)  $\rho(x, y) \leq d(x, y) \leq \sqrt{2} \rho(x, y)$
  - (b)  $d(x, y) \leq \rho(x, y) \leq \sqrt{n} d(x, n)$
  - (c)  $\rho(x, y) \leq d(x, y) \leq \sqrt{n} \rho(x, y)$
  - (d)  $\sqrt{n} \rho(x, y) \leq d(x, y) \leq \rho(x, y)$
7. Let  $X = \{a, b, c\}, \tau = \{\phi, x, \{a, b\}, \{b, c\}, \{b\}\}$ . Then
- (a)  $\{a\} \cup \{b, c\}$  is a separation of  $X$
  - (b)  $\{a, b\} \cup \{b, c\}$  is a separation of  $X$
  - (c)  $\{a, b, c\} \cup \phi$  is a separation of  $X$
  - (d)  $X$  has no separation
8. Which one of the following set is compact in  $\mathbb{R}$ ?
- (a)  $\mathbb{R}$
  - (b)  $[0,1]$
  - (c)  $\{0\} \cup \{(\frac{1}{n})/(n \in \mathbb{Z}^+ )\}$
  - (d)  $\mathbb{Q}$

9. The one point compactification of the real line  $\mathbb{R}$  is isomorphic with
- (a) The sphere  $S^2$
  - (b)  $\mathbb{R}$
  - (c) The circle
  - (d) The open interval  $(0,1)$
10. Which one of the following is not locally compact?
- (a) Every simply ordered set having the l.u.b. property
  - (b) The space  $R^n$
  - (c) The subspace  $\mathbb{Q}$  of rational number
  - (d) The real line  $\mathbb{R}$

PART B — ( $5 \times 5 = 25$  marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (a) Let  $X$  be a set; let  $Z_f$  be the collection of all subsets  $U$  of  $X$  such that  $X - U$  either is finite or is all of  $X$ . Prove that  $Z_f$  is a topology on  $X$ .

Or

- (b) Define a Hausdorff space. If  $X$  is a Hausdorff space, Prove that a sequence of points of  $X$  converges to at most one point of  $X$ .

12. (a) State and prove any two rules for constructing continuous functions.

Or

- (b) Let  $\{X_\alpha\}$  be an indexed family of spaces; let  $A_\alpha \subset X_\alpha$  for each  $\alpha$ . If  $\pi X_\alpha$  is given either the product or the box topology, prove that  $\overline{\pi A} = \overline{\pi A_\alpha}$

13. (a) Let  $d$  and  $d'$  be two metrics on  $X$ ; Let  $\tau$  and  $\tau'$  be the topologies they induce, respectively. Prove that  $\tau'$  is finer than  $\tau$  if and only if for each  $x$  in  $X$  and each  $\Sigma > 0$ , there exists a  $\delta > 0$  such that  $B_{d'}(x, \delta) \subseteq B_d(x, \Sigma)$

Or

- (b) Let  $f: x \rightarrow y$ ; let  $x$  and  $y$  be metrizable metrics  $d_x$  and  $d_y$  respectively. Prove that the continuity of  $f$  is equivalent to the requirement that given  $x \in X$  and given  $\Sigma > 0$ , there exists  $\delta > 0$  such that  $d_x(x, y) < \delta \Rightarrow d_y(f(x), f(y)) < \Sigma$ .

14. (a) Let  $\{A_n\}$  be a sequence of connected subspaces of  $X$ , such that  $A_n \cap A_{n+1} \neq \phi$  for all  $n$ . Show that  $\cup A_n$  is connected.

Or

- (b) Show that every closed subspace of a compact space is compact.

15. (a) Show that compactness implies limit point compactness.

Or

- (b) Define a locally compact space. Show that  $\mathbb{R}$  is locally compact and  $\mathbb{R}^w$  is not locally compact.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Define the standard topology, lower limit topology and  $k$  – topology on the real line  $\mathbb{R}$  and obtain the relation between these topologies.

Or

- (b) For a subset  $A$  of a topological space  $X$ , define the sets  $A'$  and  $\bar{A}$  and show that  $\bar{A} = A \cup A'$ .

17. (a) Let  $f: x \rightarrow y$ , where  $x$  and  $y$  are topological spaces. Prove that  $f$  is continuous  $\Leftrightarrow$  for every subset  $A$  of  $X$ ,  $f(\bar{A}) \subseteq \overline{f(A)} \Leftrightarrow$  for every closed set  $B$  of  $y$ , the set  $f^{-1}(B)$  is closed in  $X$ .

Or

(b) Let  $f : A \rightarrow \prod_{\alpha} X_{\alpha}$  be given by the equation  $f(a) = (f_{\alpha}(a))_{\alpha \in J}$ , where  $f_{\alpha} : A \rightarrow X_{\alpha}$  for each  $\alpha$ . Let  $\prod X_{\alpha}$  have the product topology. Prove that  $f$  is continuous  $\Leftrightarrow$  each function  $f_{\alpha}$  is continuous.

18. (a) Prove that the topologies on  $R^n$  induced by the Euclidean metric  $d$  and the square metric  $f$  are the same as the product topology on  $R^n$ .

Or

(b) Show that  $R^w$  in the box topology is not metrizable.

19. (a) If the sets  $C$  and  $D$  form a separation of  $X$  and if  $Y$  is a connected subspace of  $X$ , prove that  $Y$  lies entirely within either  $C$  or  $D$  and hence show that the union of a collection of connected subspaces of  $X$  that have a common point is connected.

Or

(b) Prove that the product of finitely many compact spaces is compact.

20. (a) If  $X$  is metrizable, prove that every sequentially compact space is compact.

Or

- (b) If  $X$  is a locally compact Hausdorff space that is not itself compact, Prove that  $X$  has a one-point compactification.
-

(7 pages)

Reg. No. : .....

Code No. : 5090

Sub. Code : HMAM 43

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Fourth Semester

Mathematics

ANALYTIC NUMBER THEORY

(For those who joined in July 2012-2015)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL the questions.

Choose the correct answer :

1. Which one of the following is not a prime number

(a) 73

(b) 89

(c) 17

(d) 119

2. If  $(a, b) = 1$ , then  $(a + b, a - b)$  is

(a) 1

(b) 2

(c) 1 or 2

(d) 3

3. The value of  $\mu(10) + \phi(10)$  is  
 (a) 5 (b) 10  
 (c) 4 (d) 20
4.  $\sum_{d|n} \wedge(d)$  is  
 (a)  $\left[\frac{1}{n}\right]$  (b)  $\log n$   
 (c)  $n$  (d) 1 or 0
5. If  $f$  is multiplicative, then  $\prod_{p|n} (1 - f(p))$  is  
 (a) 0 (b)  $\sum_{d|n} \mu(d) f(d)$   
 (c)  $\sum_{d|n} \wedge(d) f(d)$  (d)  $\sum_{d|n} \lambda(d) f(d)$
6. If  $\alpha$  has a Dirichlet inverse  $\alpha^{-1}$ , then the equation  $G(x) = \sum_{n \leq x} \alpha(n) F\left(\frac{x}{n}\right)$  implies  
 (a)  $F(x) = \sum_{n \leq x} \alpha(n) G\left(\frac{x}{n}\right)$   
 (b)  $F(x) = \sum_{n \leq x} \alpha^{-1}(n) G(x)$   
 (c)  $F(x) = \sum_{n \leq x} \alpha^{-1}(n) G\left(\frac{x}{n}\right)$   
 (d)  $F(x) = \sum_{n \leq x} \alpha^{-1}(n) G^{-1}\left(\frac{x}{n}\right)$



PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that there are infinitely many prime numbers.

Or

- (b) Prove that if  $2^n - 1$  is prime, then  $n$  is prime.

12. (a) If  $n \geq 1$ , prove that  $\sum_{d|n} \mu(d) = \left[ \frac{1}{n} \right]$ .

Or

- (b) State and prove the Mobius inversion formula.

13. (a) If  $f$  and  $g$  are multiplicative, prove that their Dirichlet product  $f * g$  is also multiplicative.

Or

- (b) Define the Liouville's function  $\lambda(n)$  and find a formula for  $\sum_{d|n} \lambda(d)$  for  $n \geq 1$ .

14. (a) If  $x \geq 1$ , prove that  $\sum_{n \leq x} \frac{1}{n} = \log x + C + o\left(\frac{1}{x}\right)$ .

Or

(b) Prove that the average order of  $\phi(n)$  is  $\frac{3n}{\pi^2}$ .

15. (a) Prove that  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x) \log x}{x} = 1$  implies

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x) \log \pi(x)}{x} = 1$$

Or

(b) State and prove Abel's identity.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Prove that the infinite series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_n}$  diverges.

Or

(b) State and prove the division algorithm.

17. (a) Define the Euler Quotient function  $\phi(n)$  and show that for  $n \geq 1$ ,  $\sum_{d|n} \phi(d) = n$ .

Or

- (b) For  $n \geq 1$ , prove that  $\phi(n) = n \prod_{p|n} \left(1 - \frac{1}{p}\right)$ .

18. (a) If both  $g$  and  $f * g$  are multiplicative, prove that  $f$  is also multiplicative.

Or

- (b) Assume  $f$  is multiplicative. Prove that
- (i)  $f^{-1}(n) = \mu(n) f(n)$  for every square free  $n$
  - (ii)  $f^{-1}(p^2) = f(p)^2 - f(p)$  for every prime  $p$ .

19. (a) State and prove the Euler's summation formula.

Or

- (b) Define the density of the lattice points visible from the origin and find the density of the set of lattice points visible from the origin.

20. (a) Prove that the following relations are logically equivalent :

$$(i) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x) \log x}{x} = 1$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{Q(x)}{x} = 1$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\psi(x)}{x} = 1.$$

Or

(b) For every integer  $n \geq 2$ , prove that

$$\pi(n) > \frac{1}{6} \cdot \frac{n}{\log n}.$$

---

Reg. No. : .....

Code No. : 5089

Sub. Code : HMAM 42

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Fourth Semester

Mathematics

MEASURE AND INTEGRATION

(For those who joined in July 2012-2015)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. If  $A$  is measurable and  $B$  is any set disjoint from  $A$ , then
  - (a)  $m^*(A \cup B) = m^*(A) + m^*(B)$
  - (b)  $m^*(A \cup B) = m^*(A)$
  - (c)  $m^*(A \cup B) = m^*(B)$
  - (d)  $m^*(A \cup B) = m^*(A) + m^*(B) - m^*(A \cap B)$

2. If  $E_1$  and  $E_2$  are measurable, then

(a)  $m(E_1 \cup E_2) + m(E_1 \cap E_2) = m(E_1) + m(E_2)$

(b)  $m(E_1 \cup E_2) = m(E_1) + m(E_2) + m(E_1 \cap E_2)$

(c)  $m(E_1 \cup E_2) = m(E_1) + m(E_2)$

(d)  $m(E_1 \cup E_2) = m(E_1) - m(E_2) + m(E_1 \cap E_2)$

3. Let the function  $f$  have a measurable domain  $E$ .

Then which one of the following is true

(a)  $\{x \in E / f(x) = \infty\} = \bigcap_{K=1}^{\infty} \{x \in E / f(x) \geq K\}$

(b)  $\{x \in E / f(x) = \infty\} = \bigcap_{K=1}^{\infty} \{x \in E / f(x) > K\}$

(c)  $\{x \in E / f(x) = \infty\} = \bigcap_{K=1}^{\infty} \{x \in E / f(x) < K\}$

(d)  $\{x \in E / f(x) = \infty\} = \bigcap_{K=1}^{\infty} \{x \in E / f(x) \leq K\}$

4. Let  $f$  be a bounded measurable function on a set of finite measure  $E$ . Suppose  $A$  and  $B$  are disjoint measurable subsets on  $E$ . Then

$$(a) \int_{A \cup B} f = \int_A f + \int_B f - \int_{A \cap B} f$$

$$(b) \int_{A \cup B} f = \int_A f + \int_B f + \int_{A \cap B} f$$

$$(c) \int_{A \cup B} f = \int_A f + \int_B f$$

$$(d) \int_{A \cup B} f = \int_A f - \int_B f$$

5. The function  $f$  defined on  $[0, 1]$  by

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) & \text{for } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{for } x = 0 \end{cases}, \text{ then}$$

- (a)  $f'$  is integrable over  $[0, 1]$   
(b)  $f'$  is not integrable over  $[0, 1]$   
(c) not continuous  
(d) none of these

6. The functions  $f$  and  $g$  on  $[-1, 1]$  by  $f(x) = x^{1/3}$  for  $-1 \leq x \leq 1$  and

$$g(x) = \begin{cases} x^2 \cos(\pi/2x) & \text{if } x \neq 0, x \in [-1, 1] \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

- (a) neither  $f$  and nor  $g$  are absolutely continuous on  $[-1, 1]$
- (b)  $f$  is absolutely continuous on  $[-1, 1]$  and  $g$  is not absolutely continuous
- (c) both  $f$  and  $g$  are absolutely continuous  $[-1, 1]$
- (d) none of these
7. If  $A$  and  $B$  are measurable sets and  $A \leq B$ , then
- (a)  $\mu(A) < \mu(B)$                       (b)  $\mu(A) = \mu(B)$
- (c)  $\mu(A) \leq \mu(B)$                       (d)  $\mu(A) \geq \mu(B)$
8. For an outer measure  $\mu^* : 2^X \rightarrow [0, \infty]$ , we call a subset  $E$  of  $X$  measurable (with respect to  $\mu^*$ ) provided for every subset  $A$  of  $X$ ,
- (a)  $\mu^*(A) = \mu^*(A \cap E)$
- (b)  $\mu^*(A) = \mu^*(A \cap E^C)$
- (c)  $\mu^*(A) = \mu^*(A \cap E) + \mu^*(A \cap E^C)$
- (d)  $\mu^*(A) = \mu^*(A \cup E) + \mu^*(A \cup E^C)$

9. Consider a  $\sigma$ - algebra  $M = \{X, \phi\}$ . Then the only measurable functions are
- (a) Bounded functions
  - (b) Constant functions
  - (c) Continuous functions
  - (d) None of these
10. Let  $(X, M, \mu)$  be a measure space and  $f$  a non negative measurable function on  $X$  for which  $\int_X f d\mu < \infty$ , then one of them is true
- (a)  $\{x \in X/f(x) > 0\}$  is a  $\sigma$ -finite
  - (b)  $\{x \in X/f(x) > 0\}$  is not a  $\sigma$ -finite
  - (c)  $\{x \in X/f(x) > 0\}$  is finite
  - (d) None of these

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that the union of a countable collection of measurable sets is measurable.

Or

- (b) Let  $f$  and  $g$  be measurable functions on  $E$  that are finite almost everywhere on  $E$ . Then prove that  $fg$  is measurable on  $E$ .

12. (a) Let  $\{f_n\}$  be a sequence of measurable functions on  $E$  that converges pointwise almost everywhere on  $E$  to the function  $f$ . Then prove that  $f$  is measurable.

Or

- (b) State and prove bounded convergence theorem.

13. (a) Let  $f$  be an increasing function on the closed bounded interval  $[a, b]$ . Then prove that for each  $\alpha > 0$ ,

$$m^* \{x \in (a, b) / \overline{D}f(x) \geq \alpha\} \leq \frac{1}{\alpha} \cdot [f(b) - f(a)] \text{ and}$$

$$m^* \{x \in (a, b) / \overline{D}f(x) = \infty\} = 0.$$

Or

- (b) Prove that a function  $f$  on a closed bounded interval  $[a, b]$  is absolutely continuous on  $[a, b]$  if and only if it is an indefinite integral over  $[a, b]$ .

14. (a) Let  $\gamma$  be a signed measure on the measurable space  $(X, M)$ . Prove that every measurable subset of a positive set is itself positive and the union of a countable collection of positive sets is positive.

Or

- (b) Prove that the union of a finite collection of measurable sets is measurable.

15. (a) Let  $(X, M)$  be a measurable space,  $f$  a measurable real-valued function on  $X$ , and  $\phi: R \rightarrow R$  continuous. Then prove that the composition  $\phi \circ f: X \rightarrow R$  also is measurable.

Or

- (b) Let  $(X, M, \mu)$  be a measure space and  $f$  a nonnegative measurable function on  $X$  for which  $\int_X f d\mu < \infty$ . Then prove that  $f$  is finite almost everywhere on  $X$  and  $\{x \in X / f(x) > 0\}$  is  $\sigma$ -finite.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Prove that the outer measure of an interval is its length.

Or

- (b) Prove that the Lebesgue measure possesses the following continuity properties

- (i) If  $\{A_K\}_{K=1}^{\infty}$  is an ascending collection of measurable sets, then

$$m\left(\bigcup_{K=1}^{\infty} A_k\right) = \lim_{K \rightarrow \infty} m(A_k)$$

- (ii) If  $\{B_K\}_{K=1}^{\infty}$  is a descending collection of measurable sets and  $m(B_1) < \infty$ , then

$$m\left(\bigcap_{K=1}^{\infty} B_K\right) = \lim_{K \rightarrow \infty} m(B_K).$$

17. (a) Assume  $E$  has finite measure. Let  $\{f_n\}$  be a sequence of measurable functions on  $E$  that converges pointwise on  $E$  to the real valued function  $f$ . Then prove that for each  $\epsilon > 0$ , there is a closed set  $F$  contained in  $E$  for which  $\{f_n\} \rightarrow f$  uniformly on  $F$  and  $m(E \setminus F) < \epsilon$ .

Or

- (b) State and prove the Lebesgue dominated convergence theorem.
18. (a) Prove that if the function  $f$  is monotone on the open interval  $(a, b)$ , then it is differentiable almost everywhere on  $(a, b)$ .

Or

- (b) Prove that a function  $f$  is of bounded variation on the closed bounded interval  $[a, b]$  if and only if it is the difference of two increasing functions on  $[a, b]$ .
19. (a) State and prove the Hahn Decomposition theorem.

Or

- (b) Prove that the union of a countable collection of measurable sets is measurable.

20. (a) State and prove Fatou's lemma.

Or

(b) Let  $(X, M, \mu)$  be a measure space and  $\{f_n\}$  a sequence of functions on  $X$  that is both uniformly integrable and tight over  $X$ . Assume  $\{f_n\} \rightarrow f$  pointwise almost everywhere on  $X$  and the function  $f$  is integrable over  $X$ . Then prove that  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_E f_n d\mu = \int_E f d\mu$ .

---

(7 pages)

Reg. No. : .....

Code No. : 5853

Sub. Code : PMAM 42

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
NOVEMBER 2020.

Fourth Semester

Mathematics – Core

COMPLEX ANALYSIS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. The radius of convergence of the series  $\sum |n| Z^n$  is
  - (a) 0
  - (b)  $\infty$
  - (c)  $e$
  - (d) 1



6. If  $C$  is the circle  $|z - 2| = 5$ , then  $\int_C \frac{dz}{z - 3}$  is
- (a)  $2\pi i$                       (b)  $0$   
(c)  $1$                               (d)  $2\pi$
7.  $f(z) = \frac{1}{z}$  has a removable singularity at  $Z = \text{_____}$ .
- (a)  $1$                               (b)  $\infty$   
(c)  $0$                                 (d) none
8. For the function  $f(z) = \frac{1 - e^{2z}}{z^4}$ , the point  $Z = 0$  is a pole of order.
- (a)  $4$                               (b)  $3$   
(c)  $1$                                 (d)  $\infty$
9.  $\int_0^\pi \log \sin x \, dx = \text{_____}$
- (a)  $\pi \log 2$                       (b)  $-2\pi \log 3$   
(c)  $-\pi \log 2$                       (d) none of these



14. (a) State and prove fundamental theorem of algebra.

Or

- (b) State and prove Weierstrass theorem for essential singularity.

15. (a) State and prove Rouché's theorem.

Or

- (b) State and prove the argument principle.

PART C — ( $5 \times 8 = 40$  marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Prove that every rational function has a representation by partial fraction.

Or

- (b) Prove that a rational function  $R(z)$  of order  $p$  has  $p$  zeros and  $p$  poles and also prove that every equation  $R(z) = a$  has exactly  $p$  roots.

17. (a) Prove that the cross ratio  $(z_1, z_2, z_3, z_4)$  is real if and only if the four points lie on a circle or on a straight line. Also prove that  $z \rightarrow \bar{z}$  is not a linear transformation.

Or

- (b) Prove that the integral  $\int_{\gamma} f(z) dz$ , with continuous  $f$ , depends only on the end points of  $\gamma$  if and only if  $\mathfrak{C}$  is the derivative of an analytical function in  $\Omega$ .

18. (a) State and prove Cauchy's theorem for a disk.

Or

- (b) Define winding number and write three properties of winding number.

19. (a) Prove that an analytic function has derivatives of all orders.

Or

- (b) Prove that a non constant analytic function maps open sets onto open sets.

20. (a) Evaluate  $\int_0^{\infty} \frac{\log(1+x^2) dx}{x^{H\alpha}}, 0 < \alpha < 2.$

Or

(b) Prove that  $\int_0^{\infty} \frac{\sin mx}{x} dx = \frac{\pi}{2}.$

---

(6 pages)

Reg. No. : .....

Code No. : 5091

Sub. Code : HMAE 41

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Fourth Semester

Mathematics

Elective – GRAPH THEORY

(For those who joined in July 2012-2015)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. If  $G$  is simple then

(a)  $\varepsilon = \binom{\gamma}{2}$

(b)  $\varepsilon \geq \binom{\gamma}{2}$

(c)  $\varepsilon \leq \binom{\gamma}{2}$

(d)  $\varepsilon \leq \binom{\gamma-1}{2}$

2. If  $e$  is a link of  $G$  with 5 vertices, 6 edges and 2 components then  $\gamma(G.e) + \Sigma(G.e) + \omega(G.e)$  is
- (a) 11                      (b) 12  
(c) 10                      (d) 13
3. The edge connectivity  $k^1(G)=1$  if
- (a)  $G$  is connected  
(b)  $G$  is connected with a cut edge  
(c)  $G$  is connected with a cut vertex  
(d)  $G$  is disconnected
4. The number of bridges in the Konigsberg bridge problem is
- (a) 8                      (b) 6  
(c) 9                      (d) 7
5. If every vertex of  $G$  is  $M$ -saturated, then the matching  $M$  is called
- (a) A maximum matching  
(b) A perfect matching  
(c) A minimum matching  
(d) A  $M$ -saturated matching



PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Define  $\delta$  and  $\Delta$  in a graph  $G$  and prove that  $\delta \leq \frac{2\Sigma}{\gamma} \leq \Delta$ .

Or

- (b) If  $G$  is a tree, prove that  $\Sigma = \gamma - 1$ .

12. (a) Let  $G$  be a 2-connected graph with  $\gamma \geq 3$ . Prove that any two vertices of  $G$  are connected by at least two internally disjoint paths.

Or

- (b) Show that  $C(G)$  is well defined.

13. (a) Prove that a matching  $M$  in  $G$  is a maximum matching if and only if  $G$  contains no  $M$ -augmenting path.

Or

- (b) Let  $G$  be a connected graph that is not an odd cycle. Prove that  $G$  has a 2-edge colouring in which both colours are represented at each vertex of degree at least two.

14. (a) Prove that a set  $S \subseteq V$  is an independent set of  $G$  if and only if  $V - S$  is a covering of  $G$ .

Or

- (b) Prove that  $r(k, l) \leq \binom{k+l-2}{k-1}$ .

15. (a) If  $G$  is  $k$ -critical, show that  $\delta \geq k-1$ .

Or

- (b) If  $G$  is simple, prove that  $\prod_k(G) = \prod_k(G-e) - \prod_k(G.e)$  for any edge  $e$  of  $G$ .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) "A graph is bipartite if and only if it contains no odd cycle" – is it true? Justify your answer.

Or

- (b) Define a cut edge with an example. Prove that an edge  $e$  is a cut edge of  $G$  if and only if it is contained in no cycle of  $G$ .

17. (a) Define the parameters  $k, k^1$  and  $\delta$  and prove that  $k \leq k^1 \leq \delta$ .

Or

- (b) Prove that a nonempty connected graph is eulerian if and only if it has no vertices of odd degree.

18. (a) State and prove Hall's theorem.

Or

- (b) State and prove Vizing's theorem.

19. (a) Prove that  $\alpha + \beta = \alpha' + \beta' = \gamma$ .

Or

- (b) Prove that  $r(k, k) \geq 2^{k/2}$ .

20. (a) State and prove Brooks' theorem.

Or

- (b) If  $G$  is 4-chromatic, prove that  $G$  contains a subdivision of  $K_4$ .

---

(6 pages)

Reg. No. : .....

Code No. : 5093

Sub. Code : HMAE 43

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Fourth Semester

Mathematics

Elective – PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

(For those who joined in July 2012-2015)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. A solution of  $\frac{dx}{x(y-z)} = \frac{dy}{y(z-x)} = \frac{dz}{z(x-y)}$  is
  - (a)  $xyz=c$
  - (b)  $x^2=y$
  - (c)  $x=y^2$
  - (d)  $x=yz$
  
2. A pfaffian DE in  $Z$  variables is of the form
  - (a)  $dx+P=0$
  - (b)  $P+dy=0$
  - (c)  $Pdx+Qdy=0$
  - (d) None

3. The *PDE* obtained by eliminating  $a, b$  from  $z=(x+a)(y+b)$  is
- (a)  $px+qy=q^2$                       (b)  $p-q=z$
- (c)  $pq=z$                               (d)  $\frac{p}{q}=c$
4. Eliminating the arbitrary function  $f$  from  $z=f(x-y)$  we got \_\_\_\_\_
- (a)  $px-qy=c$                       (b)  $p+q=0$
- (c)  $p-q=z$                               (d)  $p=q^2$
5. For the *PDE*  $F(x,y,z,p,q)=0$ , the equation  $F(x,y,z,a,b)=0$  is a
- (a) General integral
- (b) Complete integral
- (c) Particular integral
- (d) Singular solution
6.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial z}{\partial t}$  is
- (a) Two dimensional equation
- (b) One dimensional diffusion equation
- (c) Wave equation
- (d) Laplace equation

7. A complete integral of the equation  $pq=1$  is

(a)  $ax+y=c$

(b)  $ax+y=z$

(c)  $a^2x+y-az=b$

(d)  $ax+by=c$

8.  $Rr+Ss+Tt=f(x,y,z,p,q)$  is a

(a) Legendre equation

(b) pfaffian equation

(c) Cauchy problem

(d) Hyperbolic equation

9.  $U_{xx}+U_{yy}=U_{zz}$  is

(a) Parabolic (b) Hyperbolic

(c) Elliptic (d) None

10.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  is

(a) One dimensional diffusion equation

(b) Wave equation

(c) Heat equation

(d) Laplace equation

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Describe how will you solve  $\frac{dx}{p} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$ .

Or

- (b) Find the integral curves of  $\frac{adx}{(b-c)yz} = \frac{bdy}{(c-a)zx} = \frac{cdz}{(a-b)xy}$ .

12. (a) Find a *PDE* by eliminating arbitrary function from  $F(u,v)=0$  where  $u,v$  are functions of  $x,y,z$ .

Or

- (b) Explain the method of solving the Lagrange's equation  $P_p + Q_q = R$ .

13. (a) Find the integral surface of the equation  $(x-y)y^2p + (y-x)x^2q = (x^2 + y^2)z$  through the curve  $xz = a^3, y = 0$ .

Or

- (b) Find the equation of the system of surfaces which cut orthogonally the cones of the system  $x^2 + y^2 + z^2 = cxy$ .

14. (a) Explain Laplace's equation.

Or

(b) Find a particular integral of the equation  $(D^2 - D^1)z = zy - x^2$ .

15. (a) Describe Cauchy's problem for the second order *PDE*.

Or

(b) By separating the variables, solve the *PDE*

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}.$$

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b)

16. (a) Show that a necessary and sufficient condition that the pfaffian differential equation  $\bar{X}.d\bar{r}=0$  should be integrable is that  $\bar{X}.curl\bar{X}=0$ .

Or

(b) Solve  $yz dx + 2xz dy - 3xy dz = 0$ .

17. (a) Solve  $px(x+y) = qy(x+y) - (x-y)(2x+2y+z)$ .

Or

(b) Find the integral surface of the *PDE*  $x(y^2+z)p - y(x^2+z)q = (x^2-y^2)z$  which contains the straight line  $x+y=0$ .

18. (a) Show that the equations  $xp=yq$ ,  
 $z(xp+yq)=2xy$  are compatible and solve them.

Or

- (b) Find the solution of the equation  
 $Z = \frac{1}{2}(p^2 + q^2) + (p-x)(q-y)$  which passes  
through the  $x$ -axis.

19. (a) Explain charpit's method.

Or

- (b) Show that the characteristics of the equation  
 $Rr + Ss + Tt = f(x, y, z, p, q)$  are invariant with  
respect to any transformations of the  
independent variables.

20. (a) Explain how you will solve hyperbolic  
equations of second order.

Or

- (b) Discuss the solutions of the equation  
$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial z}{\partial t}.$$

(8 pages)

Reg. No. : .....

Code No. : 5547

Sub. Code : KAMAM 42

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Fourth Semester

Mathematics

COMPLEX ANALYSIS

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. Analytic functions are characterized by the condition

(a)  $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$

(b)  $\frac{\partial f}{\partial z} = 0$

(c)  $\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0$

(d)  $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$

2. The radius of convergence of the series  $\sum \frac{z^n}{n!}$  is

(a) 1 (b) 0

(c)  $\frac{1}{n}$  (d)  $\infty$

3. A linear transformation carries circles into

(a) quadrilaterals (b) circles

(c) rectangles (d) straight lines

4. Consider a circle  $C$  with the centre  $a$ , represented by the equation  $z = a + \rho e^{it}$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ , then

$$\int_C \frac{dz}{z-a} \text{ is}$$

(a)  $2\pi i$  (b) 0

(c) 1 (d)  $2\pi$

5. The index of the point  $a$  w.r.t. the curve  $\gamma$  is

(a)  $\int_{\gamma} \frac{dz}{z-a}$  (b)  $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{dz}{z-a}$

(c)  $\int_{\gamma} \frac{|dz|}{|z-a|}$  (d)  $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{dz}{(z-a)^2}$

6. A function which is analytic and bounded in the whole plane must reduce to a constant. This theorem is known as
- (a) Morera's theorem
  - (b) Fundamental theorem of algebra
  - (c) Liouville's theorem
  - (d) Cauchy's theorem
7. The residue of  $\frac{e^z}{(z-5)(z-2)}$  at  $z=2$  is
- (a)  $\frac{e^2}{-3}$
  - (b)  $\frac{e^2}{3}$
  - (c)  $\frac{e^5}{3}$
  - (d)  $\frac{e^5}{-3}$
8. If  $\lim_{z \rightarrow a} f(z) = \infty$ , the point 'a' is said to be
- (a) an isolated singularity
  - (b) a zero
  - (c) a pole
  - (d) an accumulation point



12. (a) Given three distinct points  $z_2, z_3, z_4$  in the extended plane, prove that there exists a unique linear transformation  $S$  which carries them into  $1, 0, \infty$  in this order.

Or

- (b) Complete  $\int_{\gamma} x dz$  where  $\gamma$  is the directed line segment from  $0$  to  $1 + i$ .

13. (a) State and prove Morera's theorem.

Or

- (b) State and prove Liouville's theorem.

14. (a) Define the following :

- (i) isolated singularity of a function
- (ii) zero of order  $h$  of a function
- (iii) pole of a function
- (iv) meromorphic functions

Or

- (b) State and prove the maximum principle for analytic functioning.

15. (a) State and prove Rouché's theorem.

Or

- (b) If  $u_1$  and  $u_2$  are harmonic in a region  $\Omega$ , prove that

$$\int_{\gamma} u_1 * du_2 - u_2 * du_1 = 0 \quad \text{for every cycle } \gamma$$

which is homologous to zero in  $\Omega$ .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) If  $u(x, y)$  and  $v(x, y)$  have continuous first order partial derivatives which satisfy the Cauchy-Riemann differential equations, prove that  $f(z) = u(z) + iv(z)$  is analytic with continuous derivative  $f'(z)$  and conversely.

Or

- (b) State and prove Abel's limit theorem.

17. (a) If  $T_1 z = \frac{z+2}{z+3}$ ,  $T_2 z = \frac{z}{z+1}$ , find  $T_1 T_2 z$ ,  $T_2 T_1 z$  and  $T_1^{-1} T_2 z$ .

Or

- (b) Prove that the line integral  $\int_{\gamma} p dx + q dy$ , defined in  $\Omega$ , depends only on the end points of  $\gamma$  if and only if there exists a function  $U(x, y)$  in  $\Omega$  with the partial derivatives

$$\frac{\partial U}{\partial x} = p, \quad \frac{\partial U}{\partial y} = q.$$

18. (a) State and prove Cauchy's theorem for a rectangle.

Or

- (b) Suppose that  $\phi(\xi)$  is continuous on the arc  $\gamma$ . Prove that the function  $F_n(z) = \int_{\lambda} \frac{\phi(\xi) d\xi}{(\xi - z)^n}$  is analytic in each of the regions determined by  $\gamma$ , and its derivative is  $F'_n(z) = n F_{n+1}(z)$ .

19. (a) State and prove Taylor's theorem.

Or

(b) State and prove the lemma of Schwarz.

20. (a) State and prove the argument principle.

Or

(b) Evaluate  $\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + a^2} dx$ , a real.

---

(7 pages)

Reg. No. : .....

Code No. : 5548

Sub. Code : KMAM43

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Fourth Semester

Mathematics

DIFFERENTIAL GEOMETRY

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :s

1. A point  $P$  where \_\_\_\_\_ is called a point of inflexion.  
(a)  $\bar{r} = \bar{o}$                       (b)  $\bar{r}' = \bar{o}$   
(c)  $\bar{r}'' = \bar{o}$                       (d)  $\bar{r}' \cdot \bar{r}'' = o$
2.  $[\bar{r}', \bar{r}'', \bar{r}''']$  is  
(a)  $K^2\tau$                       (b)  $K\tau^2$   
(c)  $K^2(u^1)^{-6}$                       (d)  $O$

3. A helix of constant curvature is necessarily  
 (a) a sphere (b) a spherical helix  
 (c) a cylindrical helix (d) a circular helix
4. A necessary and sufficient condition that a curve be a straight line is  
 (a)  $K = 0$  at all points (b)  $\tau = 0$  at all points  
 (c)  $[\bar{r}', \bar{r}'', \bar{r}'''] = 0$  (d)  $[\dot{\bar{r}}, \ddot{\bar{r}}, \ddot{\bar{r}}] = 0$
5. Eliminating  $u$  and  $v$  from  $x = u \cosh v$ ,  
 $y = u \sinh v$ ,  $z = u^2$ , the constraint equation is  
 (a)  $x^2 - y^2 = z$  (b)  $x^2 + y^2 = z$   
 (c)  $x^2 + y^2 = -z$  (d)  $x^2 - y^2 = -z$
6. The formula for  $ds^2$  is  
 (a)  $E du^2 + F dudv + G dv^2$   
 (b)  $E du^2 + 2F dudv + G dv^2$   
 (c)  $E du + 2F dudv + G dv$   
 (d)  $E dv^2 + 2F dudv + G du^2$

7. If the parametric curves are orthogonal then the curve  $v = c$  will be geodesic if and only if
- $E$  is a function of  $v$  only
  - $E$  is a function of  $u$  only
  - $G$  is a function of  $v$  only
  - $G$  is a function of  $u$  only
8. Orthogonal trajectories are called
- orthogonal parallels
  - orthogonal geodesic
  - geodesic parallels
  - geodesic trajectories
9. The second fundamental form is
- $Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$
  - $Ldu^2 + Mdudv + Ndv^2$
  - $Ldu + 2Mdu^2dv^2 + Ndv$
  - $Ldu^2 - 2Mdudv + Ndv^2$
10. The Gaussian curvature  $K$  is defined by
- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| (a) $\frac{LN + M^2}{EG - F^2}$ | (b) $\frac{LN - M^2}{EG - F^2}$ |
| (c) $\frac{LN + M^2}{EG + F^2}$ | (d) $\frac{EG - F^2}{LN - M^2}$ |

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (a) Calculate the curvature and torsion of the cubic curve given by  $r = (u, u^2, u^3)$ .

Or

- (b) Prove that  $[\bar{r}', \bar{r}'', \bar{r}'''] = K^2 \tau$ .

12. (a) Show that the osculating plane at  $P$  has, in general, three point contact with the curve at  $P$ .

Or

- (b) Show that the involutes of a circular helix are plane curves.

13. (a) Show that a proper parametric transmission either leaves every normal unchanged or reverses every normal.

Or

- (b) Find the coefficients of the direction which makes an angle  $\pi/2$  with the direction whose coefficients are  $(l, m)$ .

14. (a) In the paraboloid  $x^2 - y^2 = z$ , find the orthogonal trajectories of the section by the planes  $z = \text{constant}$ .

Or

- (b) Prove that the curves of the family  $v^3/u^2 = \text{constant}$  are geodesics on a surface with metric  $v^2 du^2 - 2uv dudv + 2u^2 dv^2$  (where  $u > 0, V > 0$ ).

15. (a) Find the geodesic curvature of the parametric curve  $v = c$ .

Or

- (b) Prove the Euler's formula

$$K = K_a \cos^2 \psi + K_b \sin^2 \psi .$$

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (a) Obtain the Serret-Frenet formulae.

Or

- (b) Find the curvature and the torsion of the curve  $r = \{a(3u - u^3), 3au^2, a(3u + u^3)\}$ .

17. (a) Show that the spherical indication of a curve is a circle if and only if the curve is a helix.

Or

- (b) Prove that the necessary and sufficient condition for a curve to be a helix is that its curvature and torsion are in a constant ratio.

18. (a) Show that the parametric curves on the sphere given by  $x = a \sin u \cos v$ ,  $y = a \sin u \sin v$ ,  $z = a \cos u$ ,  $0 < u < \pi/2$ ,  $0 < v < 2\pi$ , form an orthogonal system. Determine the two families of curves which meet the curves  $v = \text{constant}$  at angles of  $\pi/4$  and  $3\pi/4$ .

Or

- (b) Show that on a right helicoid, the family of curves orthogonal to the curves  $u \cos v = \text{constant}$  in the family  $(u^2 + a^2) \sin^2 v = \text{constant}$ .

19. (a) Prove that, on the general surface, a necessary and sufficient condition that the curve  $v = c$  be a geodesic is  $EE_2 + FE_1 - 2EF_1 = 0$  when  $v = c$ , for all values of  $u$ .

Or

- (b) Find the geodesics on a surface of revolution.

20. (a) Define lines of curvature and characterize the lines of curvature.

Or

- (b) State and prove Hilbert's lemma.
-

(7 pages)

Reg. No. : .....

Code No. : 5852

Sub. Code : PMAM 41

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Fourth Semester

Mathematics — Core

FUNCTIONAL ANALYSIS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1.  $\sum_{i=1}^n |x_i y_i| \leq \|x\|_p \|y\|_q$  is known as the

- (a) Minkowski's inequality
- (b) Holder's inequality
- (c) Triangle inequality
- (d) Schwartz's inequality

2. The conjugate space of  $l_\infty^n$  is
- (a)  $l_\infty^n$                       (b)  $l_1^\infty$   
(c)  $l_1^n$                               (d)  $l_\infty$
3. Which one of the following is not reflexive?
- (a)  $l_3$                               (b)  $C_0$   
(c)  $L_4$                               (d)  $l_2^6$
4. If  $X$  is a compact Hausdorff space then  $C(X)$  is reflexive if and only if
- (a)  $X$  is an infinite set  
(b)  $X$  is an uncountable set  
(c)  $X$  is a finite set  
(d)  $X$  is a singleton set
5. In a Hilbert space  $\langle x, iy + 4z \rangle$  is
- (a)  $i\langle x, y \rangle + 4\langle x, z \rangle$       (b)  $-i\langle x, y \rangle - 4\langle x, z \rangle$   
(c)  $-i\langle x, y \rangle + 4\langle x, z \rangle$       (d)  $\langle x, y \rangle + 4\langle x, z \rangle$
6. In a Hilbert space  $H$ , which one of the following is not true (Here  $S$  is a nonempty subset of  $H$ )
- (a)  $\{0\}^\perp = H$   
(b)  $S \cap S^\perp \subseteq \{0\}$   
(c)  $S_1 \subseteq S_2 \Rightarrow S_1^\perp \subseteq S_2^\perp$   
(d)  $S^\perp$  is a closed linear subspace of  $H$



PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Define a Banach space with an example. Prove that the addition and the scalar multiplication are jointly continuous in a Banach space.

Or

- (b) If  $M$  is a closed linear subspace of a normed linear space  $N$  and  $x_0$  is a vector not in  $M$ , prove that there exists a functional  $f_0$  in  $N^*$  such that  $f_0(M) = 0$  and  $f_0(x_0) \neq 0$ .

12. (a) If  $B$  and  $B'$  are Banach spaces, and if  $T$  is a linear transformation of  $B$  into  $B'$ , prove that  $T$  is continuous if its graph is closed.

Or

- (b) If  $B$  is a Banach space, prove that  $B$  is reflexive if and only if  $B^*$  is reflexive.

13. (a) Prove that a non-empty subset  $X$  of a normed linear space  $N$  is bounded  $\Leftrightarrow f(X)$  is a bounded set of numbers for each  $f$  in  $N^*$ .

Or

- (b) State and prove Schwarz inequality in a Hilbert space.

14. (a) Prove that a Hilbert space  $H$  is separable  $\Leftrightarrow$  every orthonormal set in  $H$  is countable.

Or

(b) Prove that an operator  $T$  on  $H$  is self-adjoint  $\Leftrightarrow (Tx, x)$  is real for all  $x$ .

15. (a) If  $T$  is an operator on  $H$ , prove that  $T$  is normal  $\Leftrightarrow$  its real and imaginary parts commute.

Or

(b) If  $P$  is the projection on a closed linear subspace  $M$  of  $H$ , prove that  $M$  is invariant under an operator  $T \Leftrightarrow TP = PTP$ .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Let  $M$  be a closed linear subspace of a normed linear space  $N$ . If the norm of a coset  $x + m$  in the quotient space  $N/M$  is defined by

$$\|x + M\| = \inf \{\|x + m\| / m \in M\}, \text{ prove that}$$

$N/M$  is a normed linear space. Also show that  $N/M$  is a Banach space if  $N$  is a Banach space.

Or

- (b) Let  $M$  be a linear subspace of a normed linear space  $N$  and let  $f$  be a functional defined on  $M$ . If  $x_0$  is a vector not in  $M$  and if  $M_0 = M + [x_0]$  is the linear subspace spanned by  $M$  and  $x_0$ , prove that  $f$  can be extended to a functional  $f_0$  defined on  $M_0$  such that  $\|f_0\| = \|f\|$ .
17. (a) Prove that  $x \rightarrow F_x$  is a norm preserving mapping of  $N$  into  $N^*$  where  $F_x$  is defined by  $F_x(f) = f(x) \forall f \in N^*$ . Also show that the mapping  $x \rightarrow F_x$  is linear and an isometric isomorphism of  $N$  into  $N^*$ .

Or

- (b) If  $B$  and  $B'$  are Banach spaces, and if  $T$  is a continuous linear transformation of  $B$  onto  $B'$ , prove that the image of each open sphere centered on the origin in  $B$  contains an open sphere centered on the origin in  $B'$ .
18. (a) State and prove the uniform boundedness theorem.

Or

- (b) Prove that a closed convex subset  $C$  of a Hilbert space  $H$  contains a unique vector of smallest norm.

19. (a) Let  $H$  be a Hilbert space and let  $\{e_i\}$  be an orthonormal set in  $H$ . Prove that the following are equivalent :

(i)  $\{e_i\}$  is complete

(ii)  $x \perp \{e_i\} \Rightarrow x = 0$

(iii) If  $x$  is an arbitrary vector in  $H$  then  $x = \sum (x, e_i) e_i$

(iv) If  $x$  is an arbitrary vector in  $H$ , then  $\|x\|^2 = \sum |(x, e_i)|^2$ .

Or

(b) Let  $H$  be a Hilbert space and let  $f$  be an arbitrary functional in  $H^*$ . Prove that there exists a unique vector  $y$  in  $H$  such that  $f(x) = (x, y)$  for every  $x$  in  $H$ .

20. (a) If  $P$  is projection on  $H$  with range  $M$  and null space  $N$ , prove that  $M \perp N \Leftrightarrow P$  is self-adjoint and in this case show that  $N = M^\perp$ .

Or

(b) Let  $T$  be an arbitrary operator on  $H$ . Let  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  be the eigen values and let  $M_1, M_2, \dots, M_m$  be their corresponding eigen spaces. Prove that if  $T$  is normal then the  $M_i$ 's are pairwise orthogonal and span  $H$ .

(7 pages)

Reg. No. : .....

Code No. : 5853

Sub. Code : PMAM 42

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Fourth Semester

Mathematics — Core

COMPLEX ANALYSIS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. If  $f(z)$  is a real function of a complex variable then
  - (a) the derivative does not exist
  - (b) the derivative exists
  - (c) either the derivative is zero or the derivative does not exist
  - (d) the derivative is zero

2. The formula  $\frac{1}{R} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup \sqrt[n]{|a_n|}$  is known as

- (a) Hadamard's formula
- (b) Cauchy's formula
- (c) Abel's formula
- (d) Rouché's formula

3. If  $\int_{\gamma} f(z) dz = 2 + i$  then  $\int_{-\gamma} f(z) dz$  is

- (a)  $2 - i$
- (b)  $2 + i$
- (c)  $-2 - i$
- (d)  $0$

4. If  $w = S(z) = \frac{az + b}{cz + d}$  then  $S^{-1}(w)$  is

- (a)  $\frac{dw - b}{-cw + a}$
- (b)  $\frac{dw - b}{cw - a}$
- (c)  $\frac{dw - b}{-cw - a}$
- (d)  $z^{-1}$

5.  $\int_{|z|=1} \frac{e^z}{z} dz$  is

- (a)  $0$
- (b)  $1$
- (c)  $2\pi$
- (d)  $\infty$

6. The index of the point  $a$  w.r.t. the curve  $\gamma$  is
- (a)  $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} (z-a) dz$       (b)  $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{dz}{z-a}$
- (c)  $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} dz$       (d)  $\int_{\gamma} \frac{dz}{z-a}$
7. “If  $f(z)$  is a polynomial of degree  $> 0$  then  $f(z) = 0$  must have a root” — This result is known as
- (a) Liouville’s theorem  
(b) Morera’s theorem  
(c) Fundamental theorem of algebra  
(d) Cauchy’s theorem
8. If  $f(z)$  is analytic and non constant in a region  $\Omega$  then
- (a)  $f(z)$  has no maximum in  $\Omega$   
(b)  $f(z)$  has maximum in  $\Omega$   
(c)  $|f(z)|$  has maximum in  $\Omega$   
(d)  $|f(z)|$  has no maximum in  $\Omega$

9. The residue of the function  $\frac{ez}{(z-a)(z-b)}$  at the pole  $a$  is

(a)  $\frac{e^a}{b-a}$                       (b)  $\frac{e^a}{a-b}$

(c)  $\frac{e^b}{a-b}$                       (d)  $\frac{e^b}{b-a}$

10. Residue of  $\frac{z+1}{z^2-2z}$  at  $z=0$  is

(a)  $\frac{1}{2}$                               (b) 0

(c)  $3/2$                               (d)  $-1/2$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) State and prove Lucas's theorem.

Or

(b) Show that an analytic function cannot have a constant absolute value without reducing to a constant.

12. (a) Find the linear transformation which carries  $0, i, -i$  into  $1, -1, 0$ .

Or

- (b) Show that the transformation  $z \rightarrow \bar{z}$  is not a linear transformation.
13. (a) If the piecewise differentiable closed curve  $\gamma$  does not pass through the point  $a$ , prove that the value of the integral  $\int_{\gamma} \frac{dz}{z-a}$  is a multiple of  $2\pi i$ .

Or

- (b) As a function of  $a$ , prove that the index  $n(r, a)$  is constant in each of the regions determined by  $\gamma$  and zero in the unbounded region.
14. (a) State and prove Morera's theorem.
- Or
- (b) State and prove the fundamental theorem of algebra.
15. (a) State and prove Rouché's theorem.
- Or
- (b) State and prove the residue theorem.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Derive the Cauchy-Riemann differential equations which must be satisfied by the real and imaginary part of any analytic function and hence show that  $|f'(z)|^2$  is the Jacobian of  $u$  and  $v$  w.r.t.  $x$  and  $y$  where  $f(z) = u(z) + iv(z)$ .

Or

- (b) State and prove Abel's limit theorem.
17. (a) Obtain a necessary and sufficient condition under which a line integral depends only on the end points.

Or

- (b) Compute  $\int_{|z|=1} |z-1| |dz|$ .

18. (a) If the function  $f(z)$  is analytic in a rectangle  $R$ , prove that  $\int_{\partial R} f(z) dz = 0$ .

Or

- (b) Let  $f(z)$  be analytic on the set  $R'$  obtained from a rectangle  $R$  by omitting a finite number of interior points  $\zeta_j$ . If  $\lim_{z \rightarrow \zeta_i} (z - \zeta_i) f(z) = 0$  for all  $i$ , prove that  $\int_{\partial R} f(z) dz = 0$ .

19. (a) Suppose that  $\phi(\zeta)$  is continuous on the arc  $\gamma$ . Prove that  $F_n(z) = \int_{\gamma} \frac{\phi(\zeta) d\zeta}{(\zeta - z)^{n+1}}$  is analytic in each of the regions determined by  $\gamma$  and derivatives is  $F_n'(z) = -n F_{n+1}(z)$ .

Or

- (b) (i) State and prove the maximum principle.  
(ii) State and prove the lemma of Schwarz.
20. (a) State and prove the argument principle.

Or

- (b) Evaluate  $\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + a^2} dx$ , a real.
-



2. If  $L$  is a finite extension of  $F$  and  $K$  is a subfield of  $L$  which contains  $F$ , then
- (a)  $[L:K]/[L:F]$             (b)  $[K:F]/[L:F]$   
(c)  $[L:F]/[L:K]$             (d)  $[L:F]/[K:F]$
3. 2 is a root of  $(x-2)^4(x+3)^5(x^2-3x+2)$  of multiplicity
- (a) 4                                (b) 3  
(c) 5                                (d) 11
4. The characteristic of the field of rotational numbers  $\mathbb{Q}$  is
- (a) A prime number  $P$     (b) 0  
(c) 1                                (d) A composite number
5. If  $G$  is a group of automorphisms of  $K$ , then the fixed field of  $G$  is
- (a)  $\{a \in K / \sigma(a) = a \forall \sigma \in G\}$   
(b)  $\{a \in K / \sigma(a) = 0 \forall \sigma \in G\}$   
(c)  $\{a \in K / \sigma(a) = a \forall \sigma \in K\}$   
(d)  $\{a \in K / \sigma(a) = 0 \forall \sigma \in K\}$

6. If  $K = \mathbb{C}$  and  $F = \mathbb{R}$ , then the fixed field of  $G(K, F)$  is
- (a)  $K$
  - (b)  $F$
  - (c) a field between  $K$  and  $F$
  - (d)  $\phi$
7. Which one of the following is a field?
- (a)  $J_6$
  - (b)  $J_{18}$
  - (c)  $J_{28}$
  - (d)  $J_{19}$
8. The cyclotomic polynomial  $\Phi_4(x)$  is
- (a)  $x^2 + 1$
  - (b)  $x - 1$
  - (c)  $x + 1$
  - (d)  $x^2 + x + 1$
9. Let  $H$  be the Hurwitz ring of integral quaternions. If  $a \in H$  then  $a^{-1} \in H$  if and only if.
- (a)  $N(a) = 0$
  - (b)  $N(a) = 1$
  - (c)  $N(a) = \pm 1$
  - (d)  $N(a) \neq 0$
10. Let  $C$  be the field of complex numbers and suppose that the division ring  $D$  is algebraic over  $C$ . Then
- (a)  $D \neq C$
  - (b)  $D = C$
  - (c)  $C \subset D$
  - (d)  $D \subset C$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) If  $L$  is an algebraic of  $K$  and if  $K$  is an algebraic extension of  $F$ , prove that  $L$  is an algebraic extension of  $F$ .

Or

- (b) If  $a, b \in K$  are algebraic over  $F$  of degree  $m$  and  $n$ , respectively, and if  $m$  and  $n$  are relatively prime, prove that  $f(a,b)$  is of degree  $mn$  over  $F$ .

12. (a) Prove that a polynomial of degree  $n$  over a field can have at most  $n$  roots in any extension field.

Or

- (b) If  $f(x)$  and  $f'(x)$  have a non trivial common factor, prove that  $f(x) \in F[x]$  has a multiple root.

13. (a) Prove that  $G(K, F)$  is a subgroup of the group of all automorphism of  $K$ .

Or

- (b) If  $K$  is finite extension of  $F$ , prove that  $O(G(K, F)) \leq [K : F]$ .

14. (a) For any prime number  $P$  and any integer  $m$ , prove that there is a field having  $p^m$  elements.

Or

- (b) Let  $G$  be a finite abelian group enjoying the property that the relation  $x^n = e$  is satisfied by at most  $n$  elements of  $G$ , for every integer  $n$ , prove that  $G$  is a cyclic group.

15. (a) Suppose that the division ring  $D$  is algebraic over the field of complex number  $D$ , prove that  $D = C$ .

Or

- (b) Let  $Q$  be the divisions ring of real quaternions for  $x \in Q$ , define  $N(x)$  and prove that  $N(xy) = N(x)N(y)$  for all  $x, y \in Q$ .

PART C — ( $5 \times 8 = 40$  marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b)

16. (a) With usual notations, prove that  $[L:F] = [L:K][K:F]$ .

Or

- (b) Prove that the element of  $a \in k$  is algebraic over  $F$  if and only if  $F(a)$  is a finite extension of  $F$ .

17. (a) If  $P(x)$  is irreducible in  $F[x]$  and if  $v$  is a root of  $p(x)$ , prove that  $F(v)$  is isomorphic to  $F(w)$  where  $w$  is a root of  $p'(t)$ .

Or

- (b) If  $F$  is of characteristic  $O$  and if  $a, b$  and algebraic over  $F$ , prove that there exist an element  $C \in F(a, b)$  such that  $F(a, b) = F(c)$ .

18. (a) Prove that  $K$  is a normal extension of  $F$  if and only if  $K$  is the splitting field of some polynomial over  $F$ .

Or

- (b) State and prove the fundamental theorem of Galois theory.

19. (a) If  $F$  is a finite field and  $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$  and two elements, of  $F$ , prove that we can find elements  $a$  and  $b$  in  $F$  such that  $1 + \alpha a^2 + \beta b^2 = 0$ .

Or

- (b) Prove that a finite divisions ring is necessarily a commutative field.

20. (a) State and prove Frobenius theorem.

Or

- (b) Prove that every positive integer can be expressed as the sum of squares of four integers.

(8 pages)

**Reg. No. :** .....

**Code No. : 5855**

**Sub. Code : PMAM 44**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2020.

Fourth Semester

Mathematics — Core

TOPOLOGY — II

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. A space for which every open covering contains a countable sub covering is called
  - (a) Separable
  - (b) Compact
  - (c) Lindelöf
  - (d) Second countable

2. Which one of the following is not true?
- (a)  $T_2$  and compact  $\Rightarrow$  normal
  - (b)  $T_3$  and Lindelöf  $\Rightarrow T_{3\frac{1}{2}}$
  - (c)  $T_2$  and compact  $\Rightarrow T_3$  and Lindelöf
  - (d)  $T_2$  and compact  $\Leftarrow T_3$  and Lindelöf
3. Every regular space with a countable basis is
- (a) normal
  - (b) completely regular but not normal
  - (c) regular but not completely regular
  - (d) compact and Hausdorff
4. A space  $X$  is completely regular then it is homeomorphic to a subspace of
- (a)  $[0, 1]^J$
  - (b)  $\mathbf{R}^n$  where  $n$  is a finite
  - (c)  $\mathbf{R}^J$
  - (d)  $(0, 1)^J$  where  $n$  is a finite number and  $J$  is uncountable.



8. Which one of the following is locally finite in  $R$ ?
- (a)  $\{(n-1, n+1): n \in Z\}$
- (b)  $\left\{\left(0, \frac{1}{n}\right): n \in Z_+\right\}$
- (c)  $\left\{\left(\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n}\right): n \in Z_+\right\}$
- (d)  $\{(x, x+1): x \in R\}$
9. Which of the following is not true?
- (a) Every non empty subset of the set of irrational numbers is of second category
- (b) Open subspace of a Baire space is a Baire space
- (c) The set of rationals is a Baire space
- (d) If  $X = \bigcup_{n=1}^{\infty} B_n$  and  $X$  is a Baire space with  $B_1 \neq \phi$ , then atleast one of  $\overline{B_n}$  has nonempty interior.
10. Which one of the following is not true?
- (a) Any set  $X$  with discrete topology is a Baire space
- (b) Every locally compact space is a Baire space
- (c)  $[0, 1]$  is a Baire space
- (d) Rationals as a subspace of real numbers is not a Baire space

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Let  $X$  be a topological space. Let one point sets in  $X$  be closed. Then prove that  $X$  is regular if and only if given a point  $x$  of  $X$  and a neighborhood  $U$  of  $x$ , there is a neighborhood  $V$  of  $x$  such that  $\bar{V} \subset U$ .

Or

- (b) Show that if  $X$  is regular, every pair of points of  $X$  have neighborhoods whose closures are disjoint.
12. (a) Examine the proof of Urysohn lemma and show that for a given  $r$ ,

$$f^{-1}(r) = \left( \bigcap_{p>r} U_p - \bigcup_{q<r} U_q \right), \text{ where } p \text{ and } q \text{ are}$$

rational.

Or

- (b) Prove that every normal space is completely regular and completely regular space is regular.

13. (a) Prove that Tietze extension theorem implies the Urysohn lemma.

Or

- (b) State and prove imbedding theorem.

14. (a) Give an example of a collection of sets  $A$  that is not locally finite, such that the collection  $B = \{\bar{A} : A \in A\}$  is locally finite.

Or

- (b) Define finite intersection property. Let  $X$  be a set and  $D$  be the set of all subsets of  $X$  that is maximal with respect to finite intersection property. Show that

(i)  $x \in \bar{A} \forall A \in D$  if and only if every neighborhood of  $x$  belongs to  $D$ .

(ii) Let  $A \in D$ . Then prove that  $B \supset A \Rightarrow B \in D$ .

15. (a) Define a first category space. Prove that  $X$  is a Baire space if and only if 'given any countable collection  $\{U_n\}$  of open sets in  $X$ ,  $U_n$  is dense in  $X \forall n$ , then  $\cap U_n$  is also dense'.

Or

- (b) Define a Baire space. Whether  $Q$  the set of rationals as a space is Baire space? What about if we consider  $Q$  as a subspace of real numbers space. Justify your answer.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Prove that the space  $\mathbf{R}_L$  satisfies all the countability axioms but the second.

Or

- (b) Prove that product of Lindelof spaces need not be Lindelof.

17. (a) Define a regular space and a normal space. Prove that every regular second countable space is normal.

Or

- (b) State and prove Urysohn's lemma.

18. (a) State and prove Tietze extension theorem.

Or

- (b) State and prove Urysohn's metrization theorem.

19. (a) State and prove Tychonoff theorem.

Or

(b) Let  $X$  be a metrizable space. If  $\mathcal{A}$  is an open covering of  $X$ , then prove that there is an open covering  $\xi$  of  $X$  refining  $\mathcal{A}$  that is countably locally finite.

20. (a) Let  $X$  be a space ; let  $(Y, d)$  be a metric space. Let  $f_n : X \rightarrow Y$  be a sequence of continuous functions such that  $f_n(x) \rightarrow f(x)$  for all  $x \in X$ , where  $f : X \rightarrow Y$ . If  $X$  is a Baire space, prove that the set of points at which  $f$  is continuous is dense in  $X$ .

Or

(b) State and prove Baire Category Theorem.

---

(7 pages)

Reg. No. : .....

**Code No. : 5088**

**Sub. Code : HMAM 41**

M.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2020.

Fourth Semester

Mathematics

FUNCTIONAL ANALYSIS

(For those who joined in July 2012-2015)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. Every linear transformation of  $N$  into an arbitrary normal linear space  $N'$  is \_\_\_\_\_.
  - (a) Bounded
  - (b) Unbounded
  - (c) Continuous
  - (d) Discontinuous

2. If  $S = \{x : \|x\| \leq 1\}$  is the closed unit sphere in  $N$ , then its image  $T(S)$  is a \_\_\_\_\_set in  $N^1$ .
- (a) Bounded                      (b) Unbounded  
(c) Continuous                  (d) Discontinuous
3. If  $x$  and  $y$  are any two vectors in a Hilbert space, then  $|(x, y) - \|x\|\|y\||$
- (a)  $\leq$                               (b)  $<$   
(c)  $\geq$                               (d)  $>$
4. If  $M$  and  $N$  are closed linear spaces of a Hilbert space  $H$  such that  $M \perp N$ , then the linear subspace  $M + N$  is \_\_\_\_\_.
- (a) open                              (b) closed  
(c) union                              (d) disjoint
5. Which one is the property of orthonormal?
- (a)  $i = j \Rightarrow e_i \perp e_j$       (b)  $\|e_i\| = 0$  for every  $i$   
(c)  $\|e_i\| = 1$  for every  $i$       (d)  $i = j \Rightarrow e_i \|e_j$

6. Every non-zero Hilbert space contains a complete \_\_\_\_\_set.
- (a) parallel                      (b) normal  
(c) orthonormal                  (d) closed
7. If  $N$  is a normal operator on  $H$ , then  $\|N^2\| =$   
\_\_\_\_\_
- (a) 1                                  (b) 0  
(c)  $N$                                 (d)  $\|N\|^2$
8. The unitary operators on  $H$  form a \_\_\_\_\_.
- (a) subgroup                      (b) cyclic subgroup  
(c) group                              (d) abelian group
9. If  $A$  is a division algebra, then it equals the set of all scalar multiples of the \_\_\_\_\_.
- (a) identity                        (b) constant  
(c) reciprocal                      (d) inverse
10. If  $G$  is an open set, then  $S$  is a \_\_\_\_\_ set.
- (a) open                              (b) closed  
(c) normal                            (d) orthonormal

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (a) Prove that if  $N$  is a normal linear space and  $x_0$  is a non-zero vector in  $N$ , then there exist a functional  $f_0$  in  $N^*$  such that  $f_0(x_0) = \|x_0\|$  and  $\|f_0\| = 1$ .

Or

- (b) If  $N$  and  $N'$  be the normal linear spaces and  $T$  a linear transformation of  $N$  into  $N'$ . Then prove that the following conditions on  $T$  are all equivalent : (i)  $T$  is continuous (ii)  $T$  is continuous at the origin, in the sense that  $x_n \rightarrow 0 \Rightarrow T(x_n) \rightarrow 0$ .

12. (a) State and prove open mapping theorem.

Or

- (b) Prove that if  $M$  is a closed linear space of a Hilbert space  $H$ , then  $H = M \oplus M^\perp$ .

13. (a) Prove that an operator  $T$  on  $H$  is self adjoint  $\Leftrightarrow (T_x, x)$  is real for all  $x$ .

Or

- (b) Prove that if  $\{e_i\}$  is an orthonormal set in a Hilbert space  $H$ , and if  $x$  is any vector in  $H$ , then the set  $S = \{e_i : (x, e_i) \neq 0\}$  is either empty or countable.
14. (a) Prove that if  $P$  is the projection on a closed linear subspace  $M$  of  $H$ , then  $M$  is invariant under operator  $T \Leftrightarrow TP = PTP$ .
- Or
- (b) Prove that if  $T$  is normal, then the  $M_i$ 's are pairwise orthogonal.
15. (a) Prove that  $G$  is an open set, and therefore  $S$  is a closed set.
- Or
- (b) Prove that  $\sigma(x^n) = \sigma(x)^n$ .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b)  
Each answer should not exceed 600 words.

16. (a) Prove that let  $M$  be a closed linear subspace of a normed linear space  $N$ . If the norm of coset  $x + M$  in the quotient space  $N/M$  is defined by  $\|x + M\| = \inf \{\|x + m\| : m \in M\}$ . Then  $N/M$  is a normed linear space

Or

- (b) Show that let  $M$  be a linear subspace of a normed linear space  $N$ , and let  $f$  be a functional defined on  $M$ . If  $x_0$  is a vector not in  $M$ , and if  $M_0 = M + [x_0]$  is the linear subspace spanned by  $M$  and  $x_0$  such that  $\|f_0\| = \|f\|$ .

17. (a) State and prove closed graph theorem.

Or

- (b) Prove that a closed convex subset  $C$  of a Hilbert space  $H$  contains a unique vector of smallest norm.

18. (a) State and prove Bessel's Inequality.

Or

- (b) Prove that let  $H$  be a Hilbert space, and let  $f$  be an arbitrary functional in  $H^*$ . Then there exists a unique vector  $y$  in  $H$  such that  $f(x) = (x, y)$  for every  $x$  in  $H$ .

19. (a) Prove that if  $P$  is a projection on  $H$  with range  $M$  and null space  $N$ , then  $M \perp N \Leftrightarrow P$  is self adjoint; and in this case  $N = M^\perp$ .

Or

- (b) Prove that if  $T$  is normal, then the  $M_i$ 's span  $H$ .

20. (a) Prove that if  $r$  is an element of  $A$  with the property that  $1 - xr$  is regular for every  $x$ , then  $r$  is in  $R$ .

Or

- (b) Prove that  $r(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \|x^n\|^{1/n}$ .
-